Vybrané vzorce/vztahy ze středoškolské matematiky

Základní vzorce pro úpravy algebraických výrazů

$a-(b+c)=a-b-c,\qquad a\,(b\pm c)=ab\pm ac$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\qquad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3,\qquad (a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b),\qquad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Vzorce pro počítání s mocninami a odmocninami (pokud mají uvedené výrazy smysl)

$a^r\cdot a^s=a^{r+s},\qquad \dfrac{a^r}{a^s}=a^{r-s},\qquad (a^r)^s=a^{rs},\qquad (ab)^r=a^r\,b^r,$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^r=\dfrac{a^r}{b^r},\qquad a^{-r}=1/a^r,\qquad a^{r/s}=\sqrt[s]{a^r}\qquad \sqrt[r]{ab}=\sqrt[r]{a}\,\sqrt[r]{b}$

Kvadratická rovnice

$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$ má řešení $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$, kde diskriminant je $D=b^2-4ac$

Základní vlastnosti logaritmů ($x>0$, $y>0$, základ $a>0$, $a\neq 1$)

$\log_a xy=\log_a x+\log_a y,\qquad \log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y,\qquad \log_a x^r=r\,\log_a x$

$\log_a 1=0,\qquad \log_a\left(\dfrac{1}{x}\right)=\log_a 1-\log_a x=-\log_a x,\qquad \log_a a=1$

Goniometrické funkce, základní vzorce

$\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\ x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\,\pi,\qquad \operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\ x\neq k\,\pi$

Pro každé $\alpha\in\mathrm{R}$ platí:

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\qquad \sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha,\qquad \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

Aritmetická posloupnost

je zadána rekurentním vztahem $a_{n+1}=a_n+d$, kde d je diference, $n\in N$, t.j. přirozené číslo

n- tý člen: $a_n=a_1+(n-1)\,d$, součet prvních n členů: $s_n=\dfrac{n}{2}\,(a_1+a_n)$

Geometrická posloupnost

je zadána rekurentním vztahem $a_{n+1}=a_n\cdot q$, kde q je kvocient, $n\in N$,

n- tý člen: $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$, součet prvních n členů: $s_n=a_1\,\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Komplexní čísla

Imaginární jednotka i : $\mathrm{i}^2=-1$

$z=a+b\mathrm{i}$ algebraický tvar komplexního čísla z

$\overline{z}=a-b\mathrm{i}$ číslo komplexně sdružené s číslem $z=a+b\mathrm{i}$

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ absolutní hodnota (velikost) komplexního čísla $z=a+b\mathrm{i}$

$z=|z|(\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha)$ goniometrický tvar komplexního čísla z

Moivreův vzorec: $(\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha)^{\mathrm{n}}=\cos\mathrm{n}\alpha+\mathrm{i}\sin\mathrm{n}\alpha$, $\mathrm{n}\in\mathrm{N}$

Tvar rovnice přímky v rovině

obecný $ax+by+c=0$; $\mathbf{n}=(a,b)$ je normálový (kolmý) vektor k přímce

směrnicový $y=kx+q$; k je směrnice, q je úsek na ose y vyťatý přímkou
nebo $y-y_0=k(x-x_0)$; k je směrnice, $M=[x_0,y_0]$ je bod přímky

úsekový $\dfrac{x}{p}+\dfrac{y}{q}=1$, kde $p\neq 0, q\neq 0$ jsou úseky na osách x,y

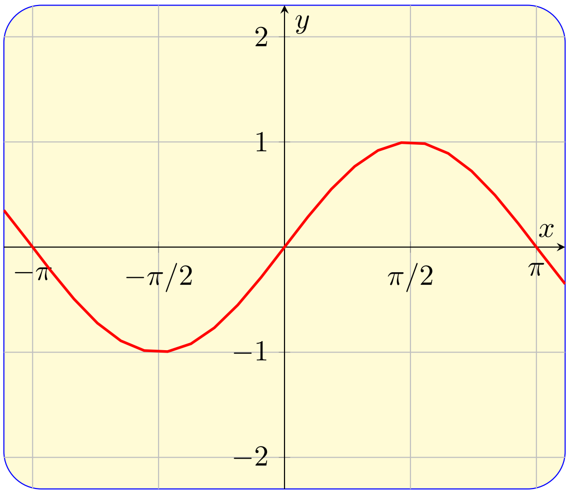
parametrický $X=A+t\,\mathbf{u}$, $t\in\mathrm{R}$; $A=[a_1,a_2]$ je bod, $\mathbf{u}=(u_1,u_2)$ je směrový vektor

Kuželosečky

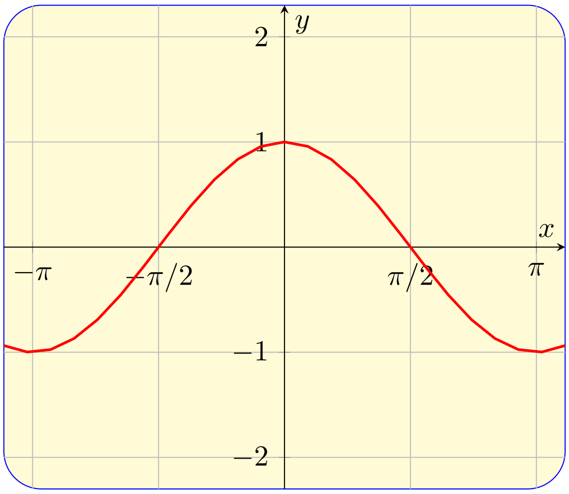
obecný tvar rovnice kuželosečky je $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$, koeficienty a, b, c, d, e určují otočení a posunutí kuželosečky vůči souřadnicovým osám a počátku

- středová rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$, kde poloměr kružnice je r a střed je $S = [m, n]$
- středová rovnice elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$, kde polosy elipsy jsou a, b a střed elipsy je $S = [m, n]$, pro ohniska elipsy E, F platí rovnost $|ES| = |FS| = e$ a $e^2 = a^2 - b^2$
- vrcholová rovnice paraboly: $(x-m)^2 = \pm 2p(y-n)$, resp. $(y-n)^2 = \pm 2p(x-m)$, kde vrchol paraboly je $V = [m, n]$ a p je parametr paraboly, pro nějž platí $|FV| = p/2$
- středová rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = \pm 1$, kde střed hyperboly je $S = [m, n]$, poloosy jsou a, b, pro ohniska hyperboly E, F platí rovnost $|ES| = |FS| = e$ a $e^2 = a^2 + b^2$

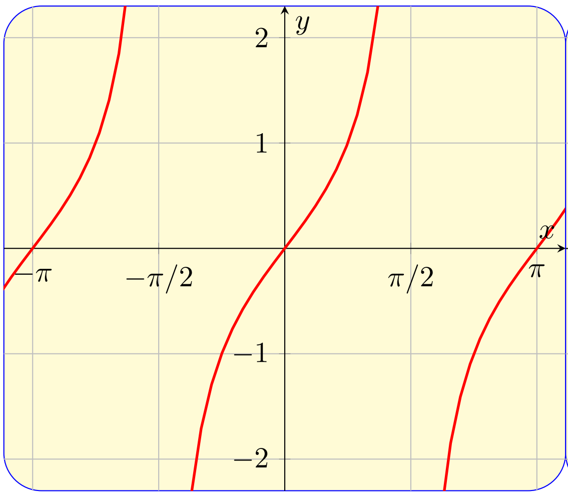
$y = \sin(x)$



$y = \cos(x)$



$y = \mathrm{tg}(\mathrm{x})$



$y = \mathrm{cotg}(\mathrm{x})$