

VARIANTA B 15.5.2012

1. Dána soustava lineárních rovnic $Ax = b$ kde

$$A = \begin{pmatrix} p & -2 & 0 \\ 1 & 4 & p-1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

- (a) Pro jaká $p \in \mathbb{R}$ je matice A ostře diagonálně dominantní po řádcích? [8b]
(b) Lze pro $p = 3$ použít pro řešení dané soustavy Jacobiho nebo Gauss-Seidlovu iterační metodu? Zdůvodněte. [7b]
(c) Volte $p = 3$, $X^{(0)} = 0$ a spočítejte $X^{(1)}$ Gauss-Seidlovou iterační metodou. Spočítejte řádkovou normu rozdílu $X^{(1)} - X^{(0)}$ [10b]
2. Dána Cauchyova úloha

$$y' = xy + \frac{2}{x+1} \quad y(0) = 0$$

- (a) Určete interval maximálního řešení CÚ. [5b]
(b) Spočítejte $y(2)$ Eulerovou metodou s krokem $h = 1$. [10b]
(c) Spočítané hodnoty funkce y_0, y_1, y_2 interpolujte polynomem příslušného stupně. [10b]
3. Dána Dirichletova úloha $\Delta u = -4x$, na oblasti $\Omega = \{[x, y]; x \in (0, 3.5), y \in (-1, 1)\}$, s okrajovou podmínkou $u(x, y) = y$ na hranici oblasti.

- (a) Sestavte síťové rovnice, které dostanete při řešení dané úlohy metodou sítí s krokem $h = 1$. V neregulárních uzlech užíjte lineární interpolaci. Uzly číslyte zleva doprava. [10b]
(b) Vzniklou soustavu rovnic zapište v maticovém tvaru a zdůvodněte, že ji lze řešit Jacobiho iterační metodou. [5b]
(c) Volte $X^{(0)} = (4, 12, 4)^T$ a spočítejte $X^{(1)}$ Jacobiho iterační metodou. [10b]

4. Dána smíšená úloha

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (t + x),$$

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 4x && \text{pro } x \in \langle 1, 5 \rangle, \\ u(1, t) &= 2t + a, \quad u(5, t) = t + b && \text{pro } t \in \langle 0, 10 \rangle. \end{aligned}$$

- (a) Určete a, b tak, aby byly splněny podmínky souhlasu.
(b) Volte krok $h = 1$ a $\tau = 1$. Spočítejte hodnotu řešení $u(4, 2)$ explicitním schematem.

Počet bodů je orientační!!!

VARIANTA B 15.5.2012

1. Dána soustava lineárních rovnic $Ax = b$ kde

$$A = \begin{pmatrix} p & -2 & 0 \\ 1 & 4 & p-1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

- (a) Pro jaká $p \in \mathbb{R}$ je matice A ostře diagonálně dominantní po řádcích? [8b]
- (b) Lze pro $p = 3$ použít pro řešení dané soustavy Jacobiho nebo Gauss-Seidlovu iterační metodu? Zdůvodněte. [7b]
- (c) Volte $p = 3$, $X^{(0)} = 0$ a spočítejte $X^{(1)}$ Gauss-Seidlovou iterační metodou. Spočítejte řádkovou normu rozdílu $X^{(1)} - X^{(0)}$ [10b]

2. Dána Cauchyova úloha

$$y' = xy + \frac{2}{x+1} \quad y(0) = 0$$

- (a) Určete interval maximálního řešení CÚ. [5b]
 - (b) Spočítejte $y(2)$ Eulerovou metodou s krokem $h = 1$. [10b]
 - (c) Spočítané hodnoty funkce y_0, y_1, y_2 interpolujte polynomem příslušného stupně. [10b]
3. Dána Dirichletova úloha $\Delta u = -4x$, na oblasti $\Omega = \{[x, y]; x \in (0, 3.5), y \in (-1, 1)\}$, s okrajovou podmínkou $u(x, y) = y$ na hranici oblasti.

- (a) Sestavte síťové rovnice, které dostanete při řešení dané úlohy metodou sítí s krokem $h = 1$. V neregulárních uzlech užíjte lineární interpolaci. Uzly číslyte zleva doprava. [10b]
- (b) Vzniklou soustavu rovnic zapište v maticovém tvaru a zdůvodněte, že ji lze řešit Jacobiho iterační metodou. [5b]
- (c) Volte $X^{(0)} = (4, 12, 4)^T$ a spočítejte $X^{(1)}$ Jacobiho iterační metodou. [10b]

4. Dána smíšená úloha

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (t + x),$$

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 4x && \text{pro } x \in \langle 1, 5 \rangle, \\ u(1, t) &= 2t + a, \quad u(5, t) = t + b && \text{pro } t \in \langle 0, 10 \rangle. \end{aligned}$$

- (a) Určete a, b tak, aby byly splněny podmínky souhlasu. [7b]
- (b) Volte krok $h = 1$ a $\tau = 1$. Spočítejte hodnotu řešení $u(4, 2)$ explicitním schematem. [18b]

Počet bodů je orientační!!!