

### Řešené příklady z matematiky 3 - str.101 a

$$33. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x+2)^{2k} 4^k}{k^2 + 1} \quad 34. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x+3)^{3k}}{27^k (k+1)} \quad 35. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x-2)^{2k+1} 4^k}{3k+1}$$

$$36. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x+3)^k}{5^k k!} \quad 37. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k (x+2)^k 4^k}{3^k (k^2 + 1)} \quad 38. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k (x+2)^{2k}}{k!}$$

$$39. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x+3)^k}{16^k (k^2 + 1)} \quad 40. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (x+4)^k}{\sqrt{k^3 + 2}} \quad 41. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x+1)^k}{\sqrt[3]{k^4 + 2}}$$

Danou funkci  $f(x)$  rozviňte v mocninnou řadu s středem v daném bodě  $x_0$ . Určete interval, v němž řada konverguje.

$$42. f(x) = \frac{3x-5}{x^2-4x+3}, x_0 = 0$$

$$43. f(x) = \frac{x}{x^2+9}, x_0 = 0$$

$$44. f(x) = \ln(1+x-2x^2), x_0 = 0$$

$$45. f(x) = \frac{x^2-5}{x^2-5x+6}, x_0 = 0$$

$$46. f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 2, x_0 = -4$$

$$47. f(x) = \frac{1}{x^2+4x+7}, x_0 = -2$$

$$48. f(x) = x^2 + 1, x_0 = -2$$

$$49. f(x) = \sqrt{(x+1)^3}, x_0 = 0$$

$$50. f(x) = e^x \sin x, x_0 = 0$$

$$51. f(x) = \cos x \sin 3x, x_0 = 0$$

$$52. f(x) = x^2 \arctg 2x, x_0 = 0$$

$$53. f(x) = \frac{e^x}{x^2+2}, x_0 = 0.$$

Dána Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici druhého řádu:

$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = f(x)$ ,  $y(x_0) = y_0$ ,  $y'(x_0) = y_1$ ,  $x_0, y_0, y_1$  jsou daná čísla.

a) Ukažte, že daná Cauchyova úloha má právě jedno řešení v intervalu  $I$  a určete tento interval.

b) Ukažte, že existuje řešení dané Cauchyovy úlohy ve tvaru součtu mocninné řady se středem v bodě  $x_0$  a určete interval, v němž je řešení úlohy součtem řady.

c) Aproximujte toto řešení polynomem daného stupně  $n$ .

$$54. y'' + x y' + y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 2, n = 5$$

$$55. y'' + x y' + y = \sin x, y(0) = -1, y'(0) = 2, n = 5$$

$$56. y'' + \frac{y'}{x} + y = \frac{1}{x}, y(2) = -1, y'(2) = 2, n = 4$$

$$57. y'' + y \arctg x = e^x \cos x, y(0) = -1, y'(0) = 2, n = 5$$

$$58. x^2 y'' + y = x, y(-1) = -1, y'(-1) = 2, n = 5$$

$$59. y'' + \frac{4y}{2+x} = \sin x, y(0) = 1, y'(0) = -1, n = 4$$

$$60. y'' + y \arctg x = \frac{4}{x+2}, y(0) = 0, y'(0) = 1, n = 4$$

$$61. y'' + y \ln(x+1) = \sin x, y(0) = -1, y'(0) = 2, n = 4$$

### Řešené příklady z matematiky 3 - str.101 b

62.  $y'' + \frac{y'}{x} = x^2 + 2$ ,  $y(1) = 2$ ,  $y'(1) = -1$ ,  $n = 4$

63.  $y'' + xy = \ln(x+1)$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $n = 4$

64.  $y'' + y' \operatorname{arctg} \frac{x}{2} = e^x$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 3$ ,  $n = 3$

65.  $y'' + xy = \frac{1}{x+1}$ ,  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = 2$ ,  $n = 4$

66.  $y'' + \frac{4}{x^2+4}y = \cos x$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 4$ ,  $n = 4$

67.  $y'' + y \ln(x+1) = \frac{4}{x-2}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ ,  $n = 4$

68.  $y'' + xy = \frac{\sin x}{x+1}$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = 2$ ,  $n = 4$

69.  $y'' + xy = \frac{1}{x^2+1}$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $n = 4$

70.  $y'' + \frac{y'}{x+1} + 2y = e^{2x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ,  $n = 4$

71.  $y'' + y \operatorname{arctg} \frac{x}{2} = \cos x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -2$ ,  $n = 4$

72.  $y'' + x^2y' + y = \frac{1}{x}$ ,  $y(1) = 2$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $n = 5$