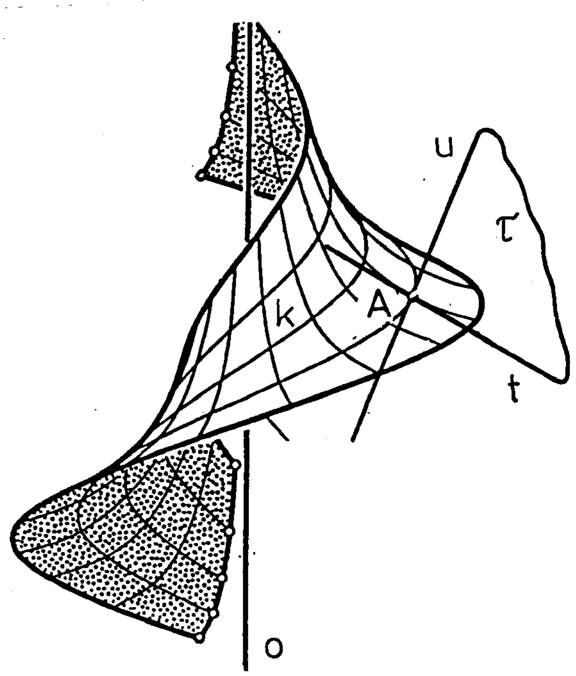
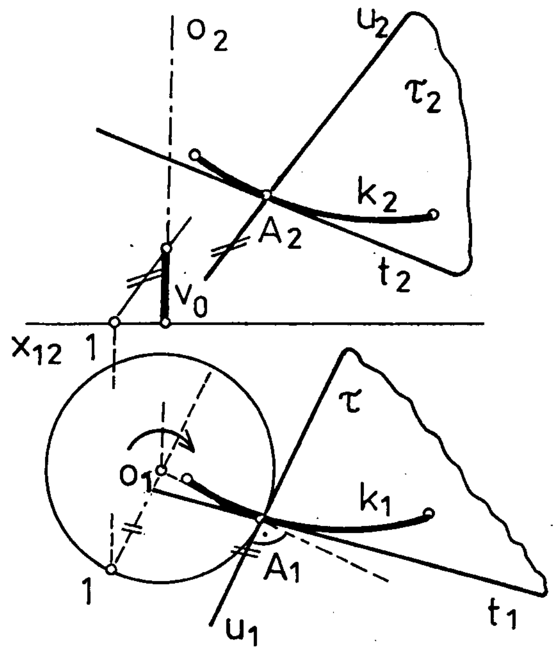
11. ŠROUBOVÉ PLOCHY

Šroubové plochy vznikají šroubovým pohybem tvořicí křivky k. Šroubový pohyb je dán osou o, parametrem v_o a smyslem (viz 8.1). Trajektorie jednotlivých bodů tvořicí křivky k při šroubovém pohybu jsou šroubovice, viz obrázek 11.1 (vlevo náčrt, vpravo zobrazení v Mongeově promítání).

Na šroubové ploše jsou dvě význačné soustavy křivek a to jednotlivé polohy tvořicí křivky k a šroubovice bodů tvořicí křivky.



Obr.11.1a



Obr.11.1b

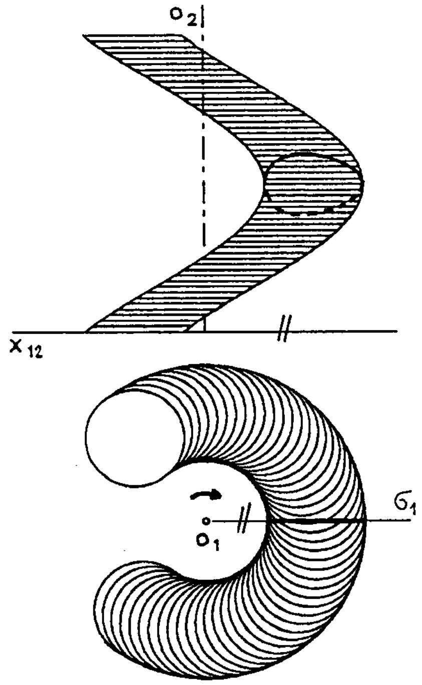
Tečná rovina τ šroubové plochy v bodě A je určena tečnou u ke šroubovici bodu A a tečnou t tvořicí křivky k, $\tau = (\mathbf{u}, \mathbf{t})$, viz obrázek 11.1.
Všimněte si určení tečné roviny šroubové plochy v bodě A, jednak na náčrtu v obr.11.1a, pak konstrukce tečné roviny v Mongeově promítání na obr.11.1b s užitím konstrukce 8.7 pro sestrojení tečny šroubovice.
Normála v bodě A šroubové plochy je kolmice k tečné rovině v bodě A.

Úmluva. Osu šroubového pohybu nazveme osou šroubové plochy a **volíme ji kolmo k půdorysně.**

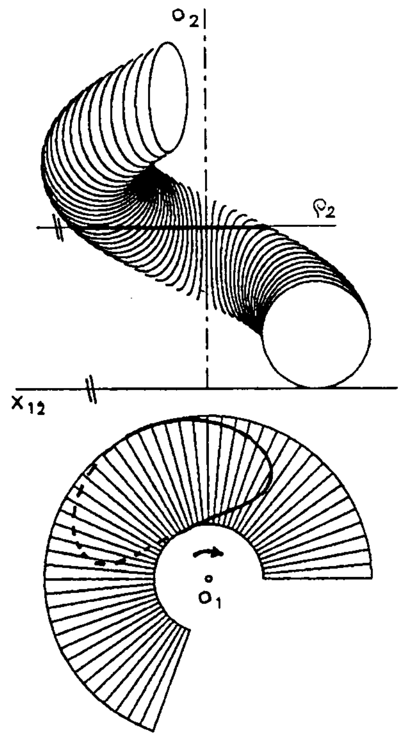
Osový řez (podélný profil) je řez šroubové plochy rovinou σ procházející osou o, $o \subset \sigma$.
Meridián (polomeridián) je osový řez na jednom (na polovině) závitu plochy .
Hlavní osový řez je osový řez hlavní rovinou $\sigma, \sigma \parallel \nu, o \subset \sigma$, analogicky **hlavní meridián** odpovídá jednomu závitu plochy.

Čelní řez (příčný profil) je řez šroubové plochy rovinou ρ kolmou k ose.

Na obrázku 11.2 je zobrazen hlavní polomeridián v rovině σ šroubové plochy , která vznikne šroubovým pohybem **vodorovné kružnice k** (tato kružnice je čelním řezem plochy). Na obrázku 11.3 je zobrazen čelní řez v rovině ρ šroubové plochy, která vznikne šroubovým pohybem **meridiánové kružnice k**. Zobrazení řezů v Mongeově promítání je doplněno jejich názornými obrázky v axonometrii : obrázek 11.9b (meridián), obrázek 11.10b (čelní řez).



Hlavní meridián v rovině σ
Obr.11.2



Čelní řez v rovině ρ
Obr.11.3

Při vytvářejícím šroubovém pohybu se **šroubová plocha reprodukuje,** přechází sama v sebe, čelní řezy se šroubují do čelních řezů a meridiány do meridiánů. Pro tuto vlastnost jsou šroubové plochy často užívány ve strojírenské praxi.

Zvláštní šroubovice na ploše
Šroubovice na ploše, v jejíchž bodech jsou tečné roviny rovnoběžné s osou, a která má nejmenší (resp. největší) poloměr, se nazývá **hrdlová** (resp. **rovníková**). Pokud má tvořicí křivka krajní body, pak tyto body tvoří **hraniční šroubovice.**

Poznámka
Je-li tvořicí křivka přímka, rovnoběžná s osou pohybu, pak šroubovým pohybem vznikne rotační válcová plocha. Pokud je tvořicí křivka šroubovice, vzniklá šroubovým pohybem, pak se tímtéž šroubovým pohybem reprodukuje. Tyto případy tvořicích křivek vyloučíme.

11.1 Úlohy na šroubových plochách

Následující úlohy budeme řešit v Mongeově promítání, budeme užívat vlastností šroubového pohybu a šroubovice (viz 8.1 a 8.4).

11.1.1 Úloha

Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$.
Sestrojte nárys A_2 bodu A šroubové plochy, je-li dán jeho půdorys $\mathbf{A_1}$.

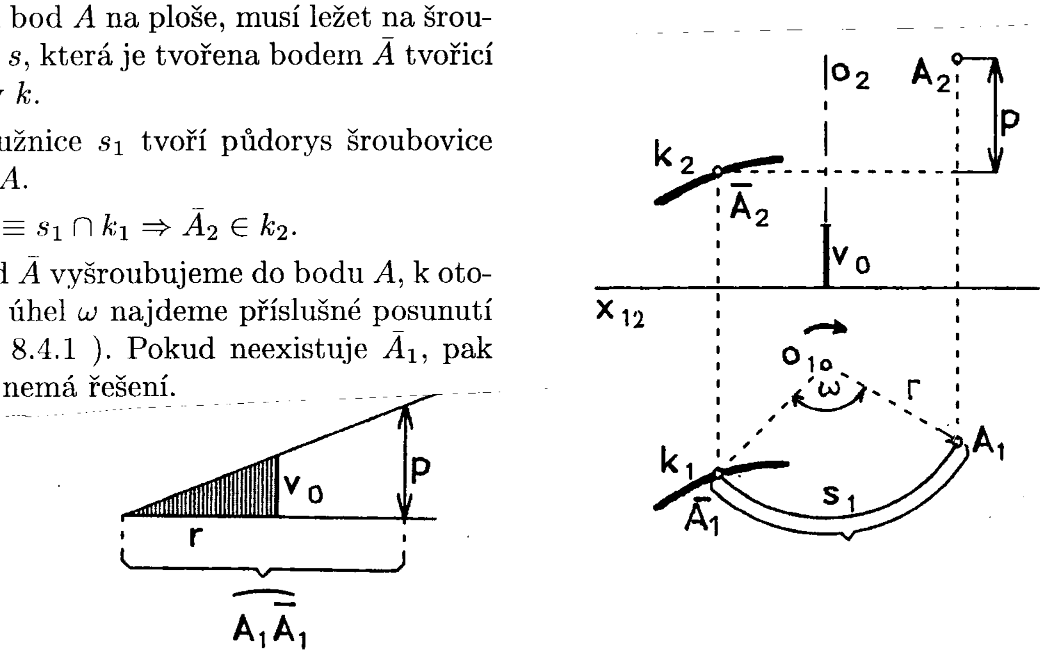
Řešení, viz obr. 11.4.

Leží-li bod A na ploše, musí ležet na šroubovici s, která je tvořena bodem $\bar{A}$ tvořicí křivky k.

1) Kružnice s_1 tvoří půdorys šroubovice bodu A.

2) $\bar{A}_1 \equiv s_1 \cap k_1 \Rightarrow \bar{A}_2 \in k_2$.

3) Bod $\bar{A}$ vyšroubujeme do bodu A, k otočení o úhel ω najdeme příslušné posunutí p (viz 8.4.1). Pokud neexistuje $\bar{A}_1$, pak úloha nemá řešení.



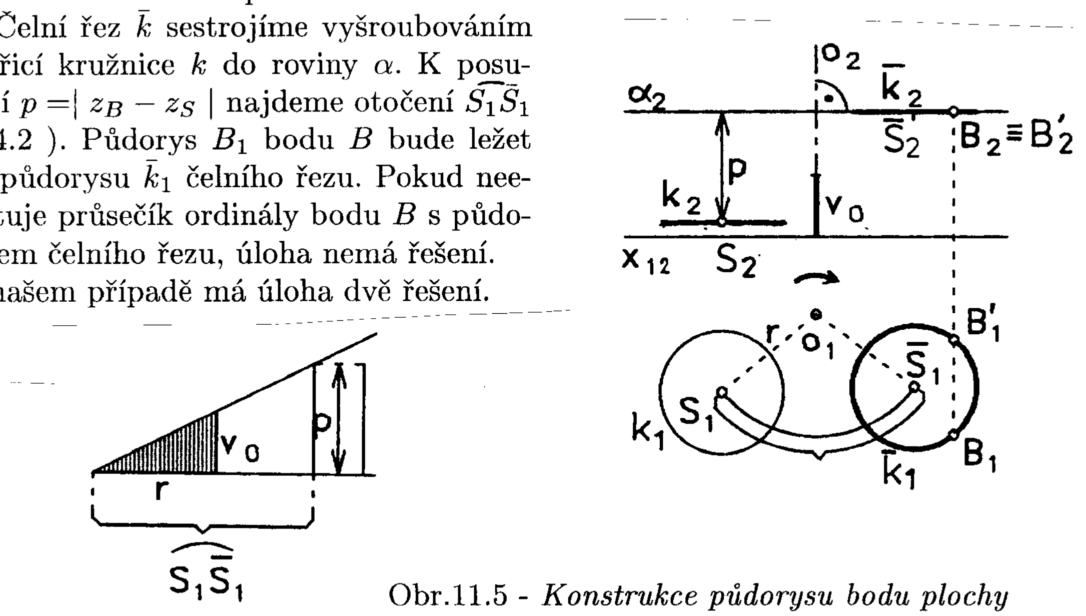
Obr.11.4 - *Konstrukce nárysu bodu plochy*

11.1.2 Úloha

Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$.
Sestrojte půdorys $\mathbf{B_1}$ bodu B šroubové plochy, je-li dán jeho nárys $\mathbf{B_2}$.

Řešení, obr.11.5.

Vodorovná rovina α procházející bodem B protne šroubovou plochu v čelním řezu $\bar{k}$. Čelní řez $\bar{k}$ sestrojíme vyšroubováním tvořicí kružnice k do roviny α. K posunutí $p = | z_B - z_S |$ najdeme otočení $\widehat{S_1\bar{S}_1}$ (8.4.2). Půdorys B_1 bodu B bude ležet na půdorysu $\bar{k}_1$ čelního řezu. Pokud neexistuje průsečík ordinály bodu B s půdorysem čelního řezu, úloha nemá řešení. V našem případě má úloha dvě řešení.



Obr.11.5 - *Konstrukce půdorysu bodu plochy*

Poznámka

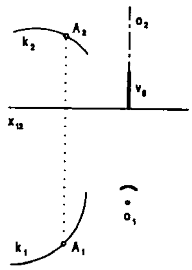
Řešení úloh typu 11.1.2 závisí na obtížnosti konstrukce čelního řezu.

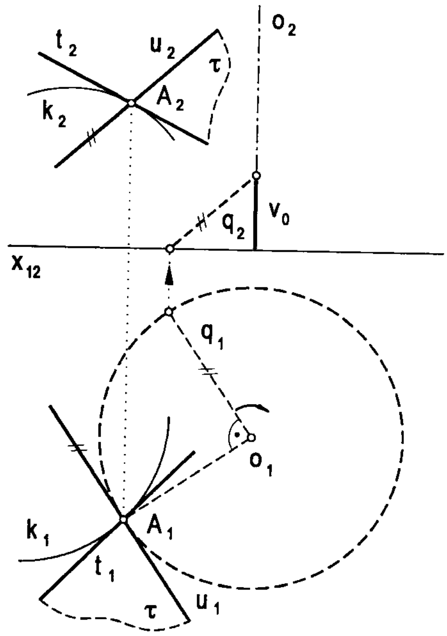
11.1.3 Úloha

Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$. **V bodě A tvořicí křivky sestrojte tečnou rovinu plochy**, obr.11.6 (vlevo zadání, vpravo řešení).

Řešení

1) Tečná rovina je $\tau = (u, t)$, u je tečna šroubovice bodu A (8.7), t je tečna tvořicí křivky v bodě A.





Obr.11.6

11.1.4 Úloha

Sestrojte další polohu $\bar{A}\bar{B}$ dané přímky AB při šroubovém pohybu $(o, v_o, \text{prav.})$, znáte-li půdorys $\bar{B}_1$ bodu $\bar{B}$, $(|\bar{B}_1 o_1| = |B_1 o_1|)$, viz obr. 11.7.

Řešení

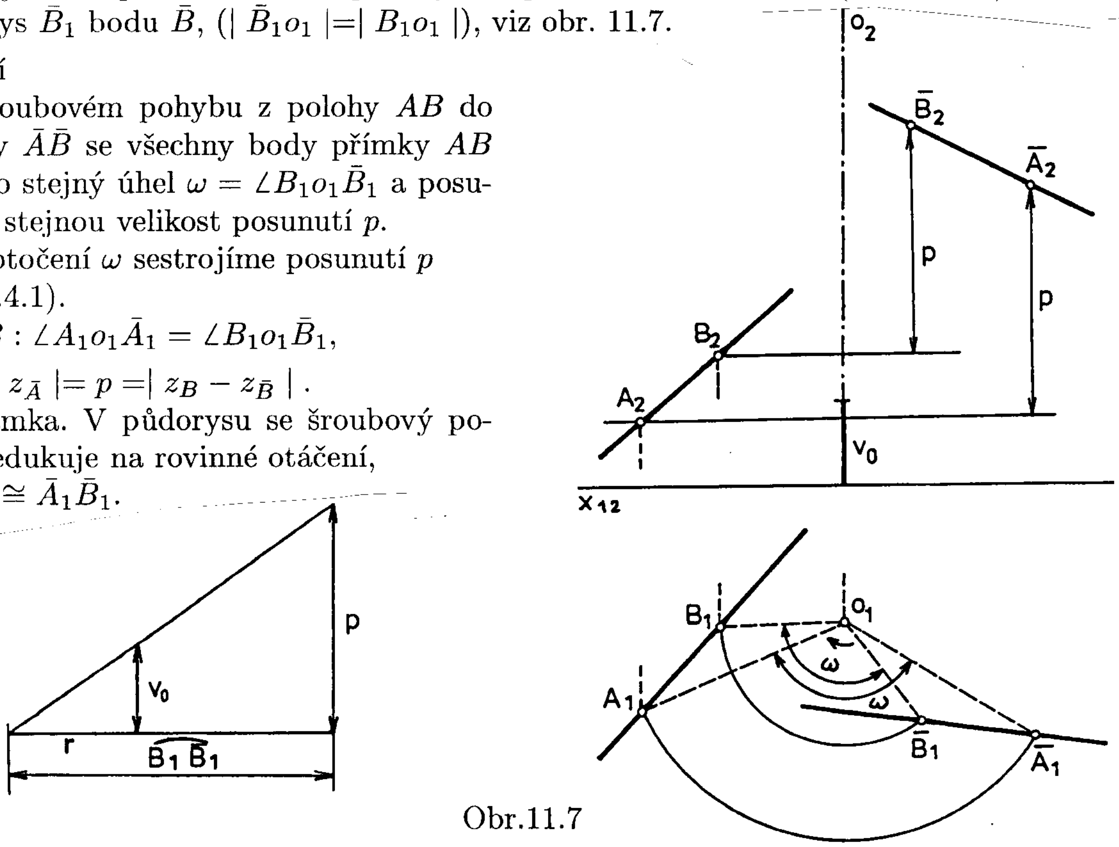
Při šroubovém pohybu z polohy AB do polohy $\bar{A}\bar{B}$ se všechny body přímky AB otočí o stejný úhel $\omega = \angle B_1 o_1 \bar{B}_1$ a posunou o stejnou velikost posunutí p.

1) K otočení ω sestrojíme posunutí p viz (8.4.1).

2) $\bar{A}\bar{B} : \angle A_1 o_1 \bar{A}_1 = \angle B_1 o_1 \bar{B}_1$,

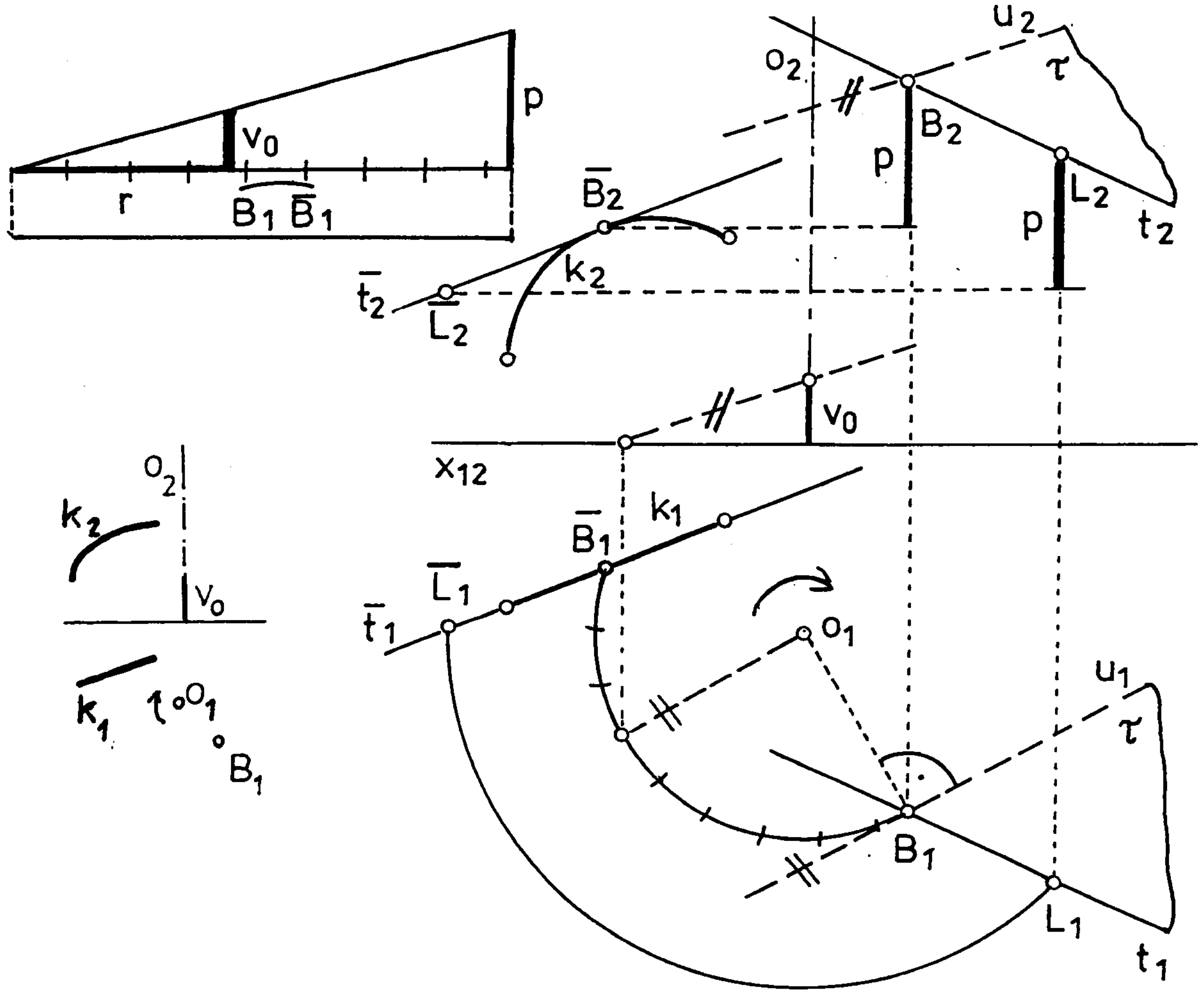
$|z_A - z_{\bar{A}}| = p = |z_B - z_{\bar{B}}|$.

Poznámka. V půdorysu se šroubový pohyb redukuje na rovinné otáčení, $A_1 B_1 \cong \bar{A}_1 \bar{B}_1$.



Obr.11.7

11.1.5 Úloha
Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$. V bodě B plochy (dáno B_1) sestrojte tečnou rovinu plochy, viz obrázek 11.8.
Řešení
1) Odvodíme nárys B_2 bodu B (podle 11.1.1), označíme $\bar{B}$ bod tvořicí křivky, jehož šroubovice prochází bodem B.
2) Tečná rovina v bodě B je $\tau = (u, t)$, kde u je tečna šroubovice (viz 8.7) a tečnu t získáme šroubovým pohybem tečny $\bar{t}$ tvořicí křivky k v bodě $\bar{B}$ (podle 11.1.4).



Obr.11.8

Konstrukce tečné roviny je základem pro konstrukci normály plochy, kterou pak sestrojíme jako kolmici k tečné rovině (viz 3.6.6).

Normálu plochy v bodě B můžeme též získat šroubovým pohybem normály $\bar{n}$ plochy v bodě $\bar{B}$ tvořicí křivky k (viz 11.1.3,11.1.4). Společnou podstatou všech těchto konstrukcí je to, že šroubová plocha přechází vytvářecím šroubovým pohybem sama v sebe. Totéž platí pro tvořicí křivku, tečné roviny a normály plochy.

11.2 Řez šroubové plochy rovinou

Budeme konstruovat řezy šroubových ploch převážně půdorysně promítacími nebo vodorovnými rovinami. Body řezu rovinou ρ sestrojíme jako průsečíky šroubovic bodů tvořicí křivky s rovinou řezu.

11.2.1 Úloha

Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$. **Sestrojte hlavní polomeridián dané plochy,** viz obr.11.9a vMongeově promítání a názorný obr.11.9b.

Řešení

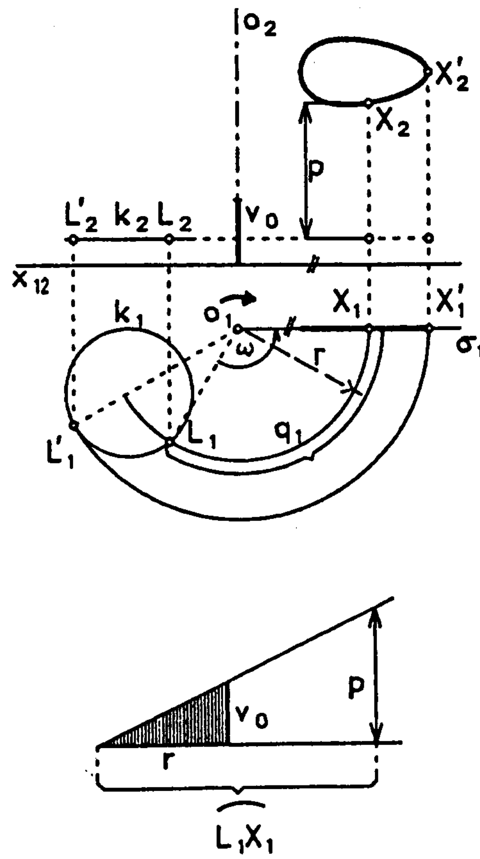
Hlavní polomeridián leží v rovině σ, která prochází osou šroubové plochy a je rovnoběžná s nárysnou. Bod meridiánu $\{X\}$ sestrojíme jako průsečík šroubovice q libovolného bodu $L \in k$ s rovinou σ.

1) Zvolíme $L \in k$.

2) $X_1 \equiv \sigma_1 \cap q_1$.

3) K otočení o úhel $\omega = \angle L_1 o_1 X_1$ sestrojíme posunutí p a bod L přešroubujeme do bodu X (viz 8.4.1).

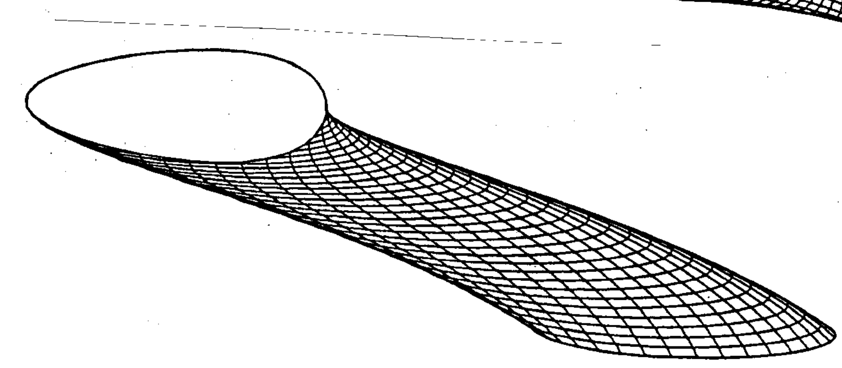
4) Zvolíme další bod $L' \in k$, nezapomeneme na význačné šroubovice hrdlovou, rovníkovou, případně hraniční.

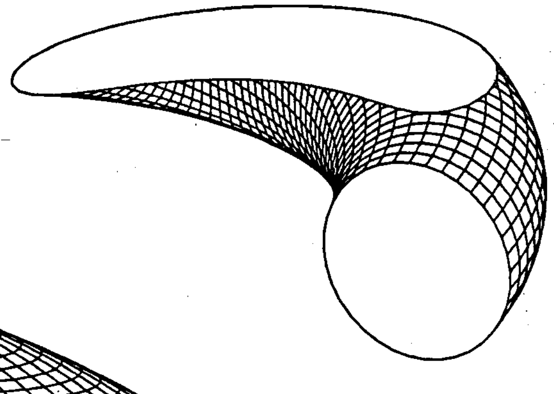


Obr.11.9a

Poznámka k řešení úlohy 11.2.1

Šroubovice bodů L, L' mají různé poloměry a různá rozvinutí. Chceme-li použít jedno rozvinutí šroubovice pro konstrukci posunutí i dalších bodů, pak úhel otočení pro všechny body musíme měřit na jedné kružnici $q_1 = (o_1, r)$, obrázky 11.9a, 11.10a.





Hlavní meridián v σ *Čelní řez v ρ*

Pravoúhlá axonometrie

Obr.11.9b Obr.11.10b

11.2.2 Úloha

Šroubová plocha je dána tvořicí křivkou k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{lev.})$.
Sestrojte čelní řez plochy,
viz obr. 11.10a.

Řešení

Čelní řez je řez plochy rovinou ρ kolmou k její ose. Body čelního řezu $\{Y\}$ sestrojíme jako průsečíky šroubovic q bodů tvořicí křivky s rovinou ρ. Pro tyto průsečíky známe jejich výšku $z_\rho = z_Y$.

1) Zvolíme $L \in k$.

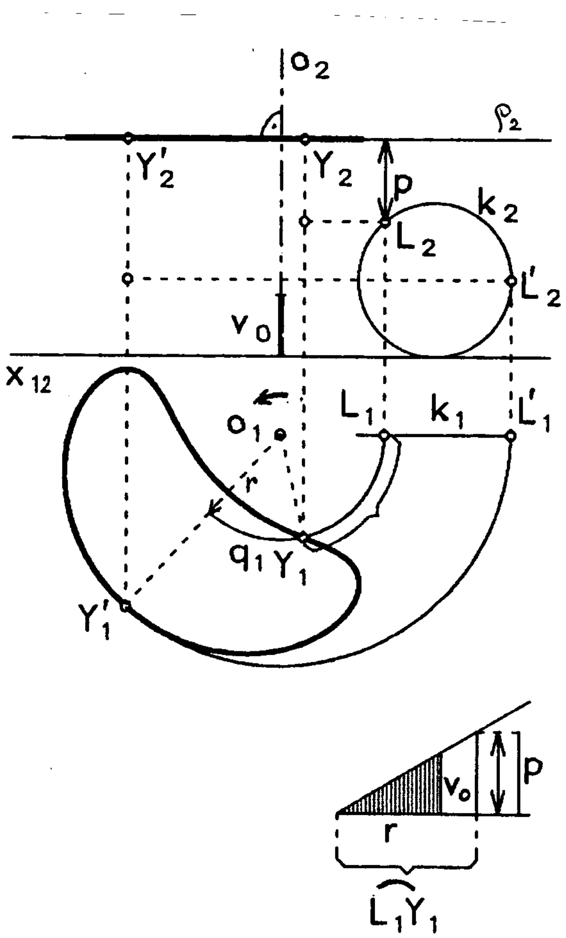
2) Posunutí je $p = \mid z_L - z_\rho \mid$.

3) K posunutí p sestrojíme úhel otočení ω.

4) Sestrojíme $Y_1 : Y_1 \in q_1, \angle L_1 o_1 Y_1 = \omega$.

5) Zvolíme další bod $L' \in k$.

Poznámka. Pokud užijeme pro konstrukci otočení jednoho rozvinutí šroubovice, pak musíme otočení měřené obloukem nanášet na tu kružnici q_1 jejíž poloměr r jsme použili pro rozvinutí. Na obrázku 11.10b najdete názorný obrázek řešení úlohy 11.2.2.



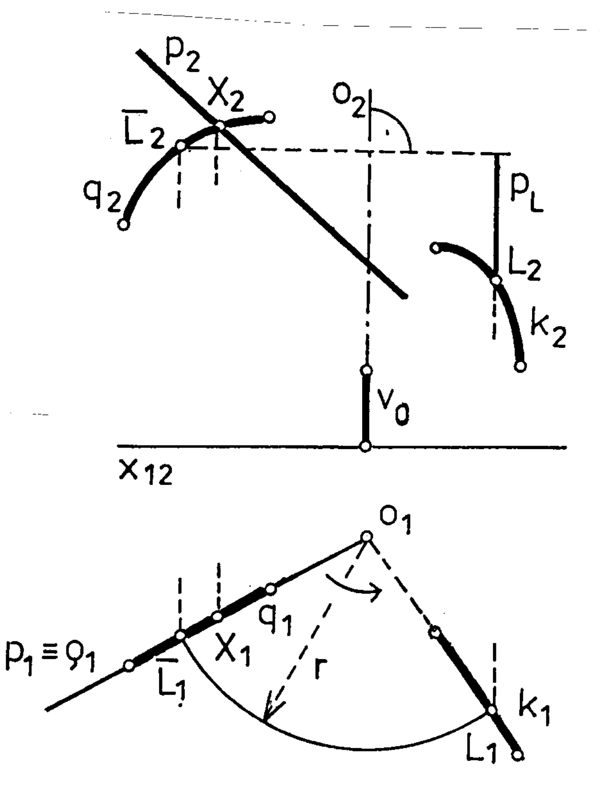
Obr.11.10a

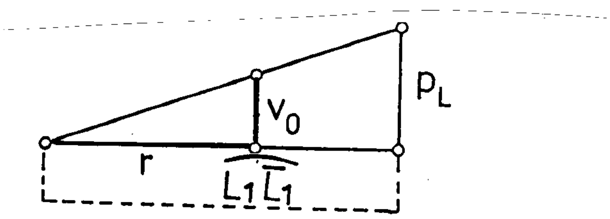
11.2.3 Úloha

Sestrojte průsečíky přímky p se šroubovou plochou, která je dána šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{lev.})$ tvořicí křivky k, viz obr. 11.11.

Řešení

Přímkou p proložíme půdorysně promítací rovinu ρ. Sestrojíme řez q plochy rovinou ρ jako množinu průsečíků šroubovic plochy s rovinou ρ, analogicky k 11.2.1. Pokud existují společné body X přímky p a řezu, pak jsou to hledané průsečíky přímky p s plochou.





Obr.11.11

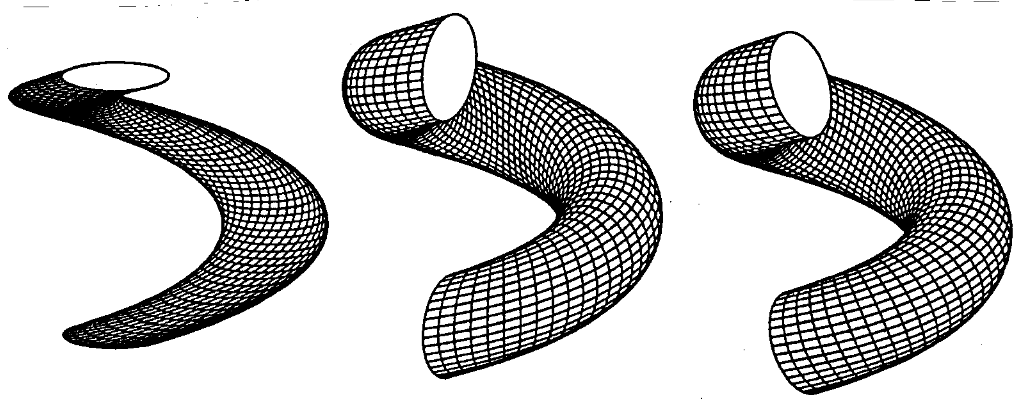
11.3 Cyklické šroubové plochy

vznikají šroubovým pohybem kružnice k $= (\mathbf{S}, \mathbf{r})$. Podle polohy roviny β, ve které kružnice leží, vzhledem k ose šroubového pohybu, rozlišíme následující typy šroubových ploch, viz obrázek 11.12 :

A) **Vinutý sloupek,** jehož tvořicí kružnice leží v rovině β kolmé k ose a je tedy čelním řezem plochy, polomeridián je zobrazen na obrázcích 11.9a, 11.9b, 11.2.

B) **Osová cyklická plocha (též plocha klenby Sv. Jiljí),** jejíž tvořicí kružnice leží v rovině β, procházející osou a je tedy je polomeridiánem plochy, čelní řez je zobrazen na obrázcích 11.10a, 11.10b, 11.3.

C) **Archimedova serpentina,** jejíž tvořicí kružnice leží v rovině β kolmé k tečně šroubovice středu kružnice, viz 11.3.2.



Vinutý sloupek *Osová cyklická plocha* *Archimedova serpentina*
Obr.11.12

11.3.1 Úloha

Vinutý sloupek je dán tvořicí kružnicí k a šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$. Sestrojte **řez vinutého sloupku** rovinou $\omega = (p^\omega, n^\omega)$,
výsledek obrázek 11.13, konstrukce obrázek 11.14, zadání obrázek 11.14a .

Řešení

Použijeme pomocné roviny α kolmé k ose plochy. Taková rovina protne vinutý sloupek v kružnici $\bar{k}$, rovinu ω v přímce h. Pokud existují průsečíky $\{X\} \equiv h \cap \bar{k}$, pak to jsou body hledaného řezu.

1) Zvolíme $\alpha \perp o$, obr. 11.14.

2) k přešroubujeme do $\bar{k}$,

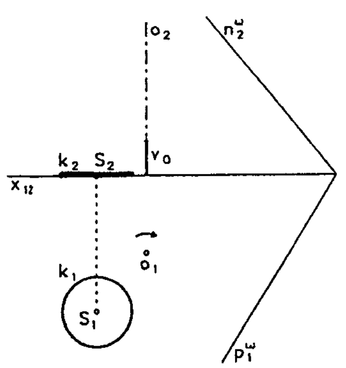
k posunutí $p = \mid z_S - z_\alpha \mid$

najdeme otočení podle 8.4.2.

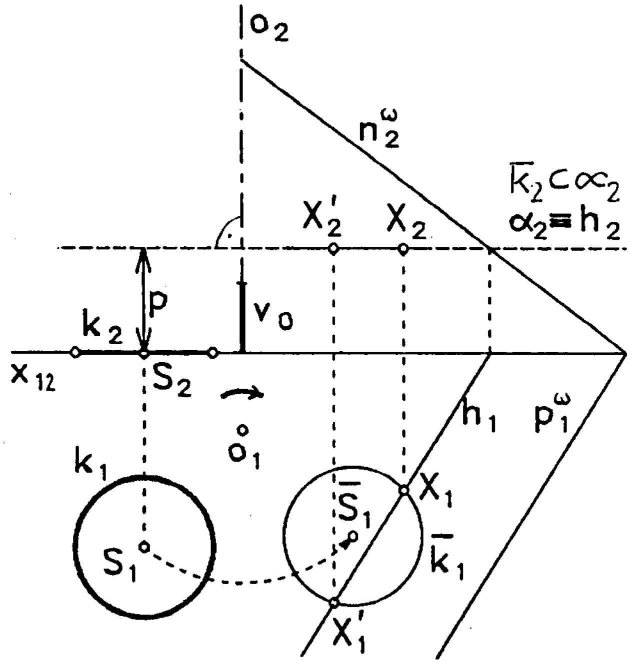
3) $h \equiv \alpha \cap \omega, (h_2 \equiv \alpha_2, h_1 \parallel {p_1}^\omega)$.

4) $\{X\} \equiv h \cap \bar{k}$.

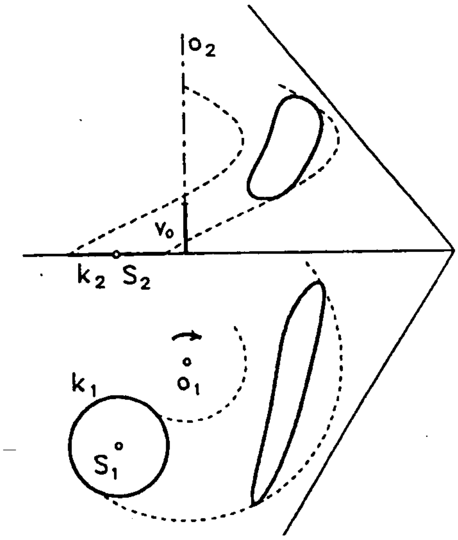
5) Zvolíme další $\alpha \perp o$.



Obr.11.14a



Obr.11.14



Obr.11.13

11.3.2 Úloha

Sestrojte tvořicí kružnici Archimedovy serpentiny.

Archimedova serpentina je dána šroubovým pohybem $(o, v_o, \text{prav.})$, středem S a poloměrem r tvořicí kružnice k.

Na obrázku 11.15 nahoře je názorný náčrt tvořicí kružnice k, dole je řešení v Mongeově promítání.

Řešení

Tvořicí kružnice k leží v rovině ρ, která je kolmá k tečně šroubovice středu S.

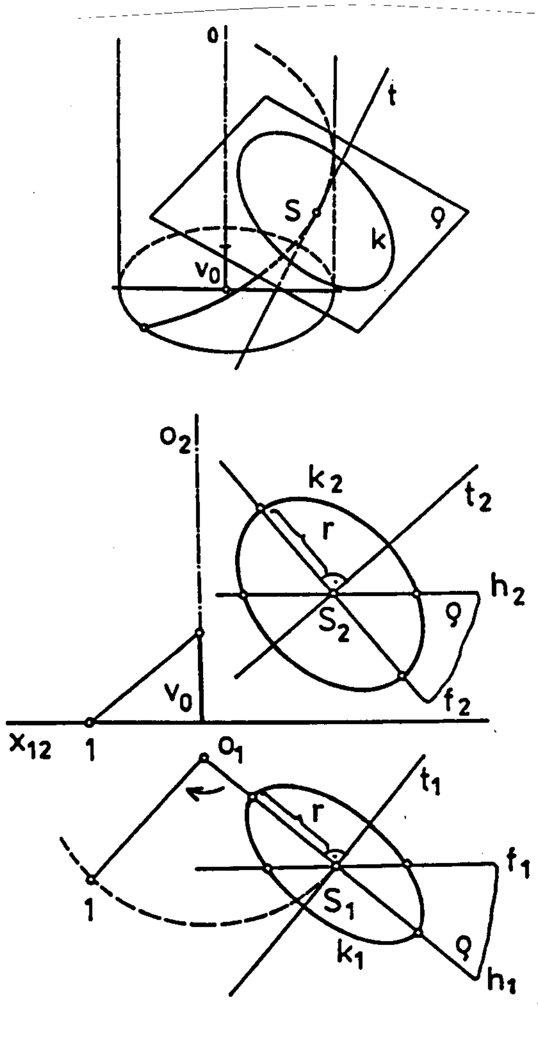
1) t je tečna šroubovice v bodě S (viz konstrukce 8.7).

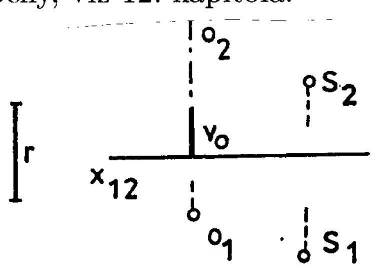
2)Konstrukce roviny ρ $(S \in \rho, \rho \perp t)$ pomocí hlavních přímek, $\rho = (h, f)$, (viz 3.6.7).

3) Zobrazíme kružnici $k = (S, r)$ v ρ (viz 3.6.8).

Poznámka

Archimedova serpentina vzniká také jako obalová plocha při šroubovém pohybu kulové plochy, viz 12. kapitola.

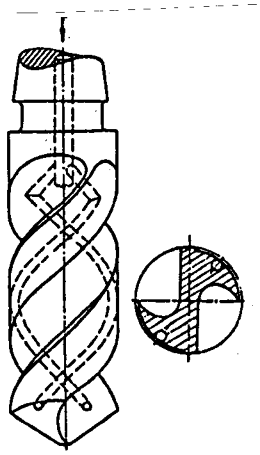




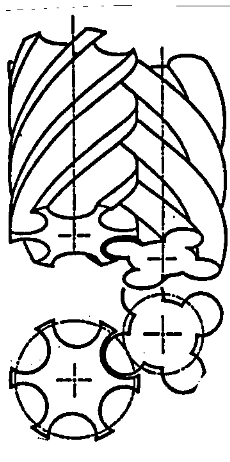
Obr.11.15

11.3.3 Užití cyklických šroubových ploch

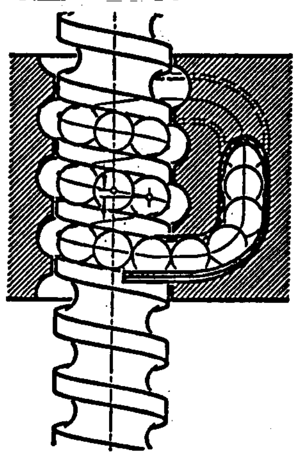
V architektuře najdeme tyto plochy na ozdobných motivech a sloupech. Širší je využití ve strojírenské praxi. **Vinutý sloupek** se užívá u šroubových vrtáků, jejichž příčný profil se skládá z úseček a oblouků kružnic, obr.11.16a. Rovněž příčné profily šroubových čerpadel se skládají z oblouků kružnic, viz obr. 11.16b (dole příčný profil, nahoře názorný obrázek). **Osové cyklické plochy** se užívá jako plochy dopravních žlabů a skluzů a u metrických, Whitworthových závitů nebo u závitů objímek žárovek. **Archimedova serpentina** se vyskytuje u šroubových potrubí, šroubových pružin, šroubových kuličkových ložisek, příklad ložiska vidíme na obrázku 11.16c, kuličkového šroubu na obr.11.17.



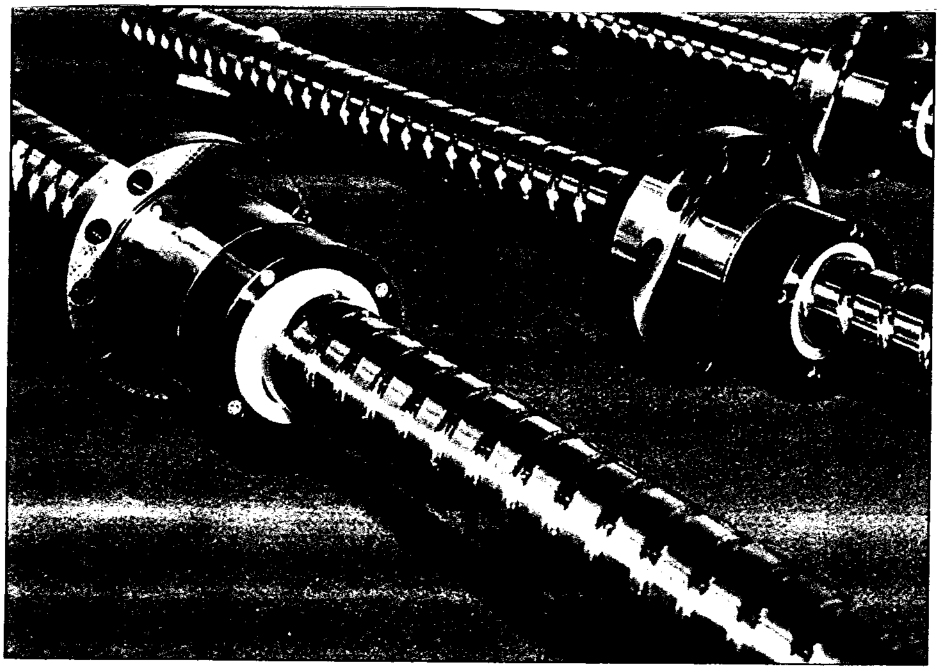
Obr.11.16a



Obr.11.16b



obr.11.16c

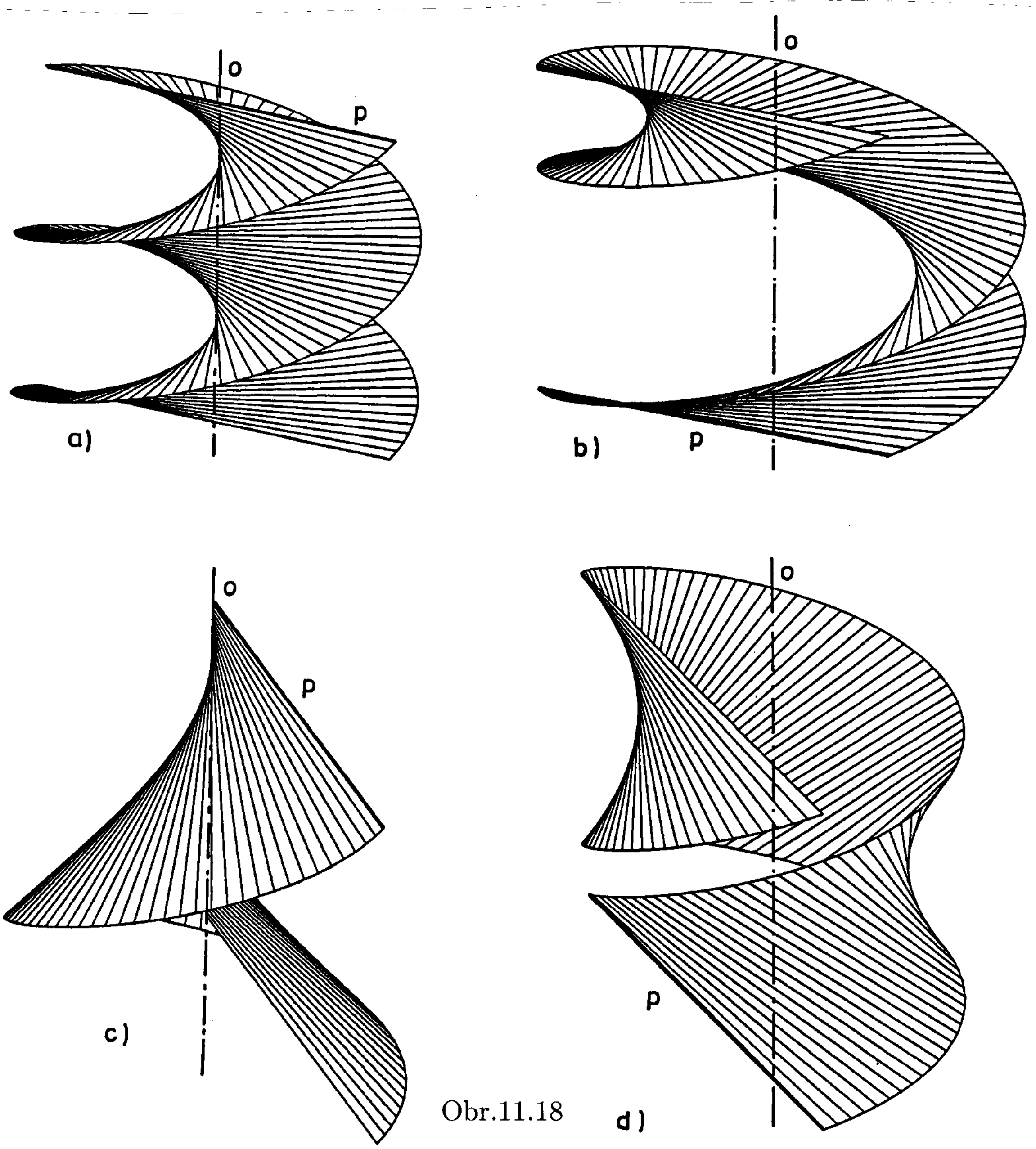


Obr.11.17

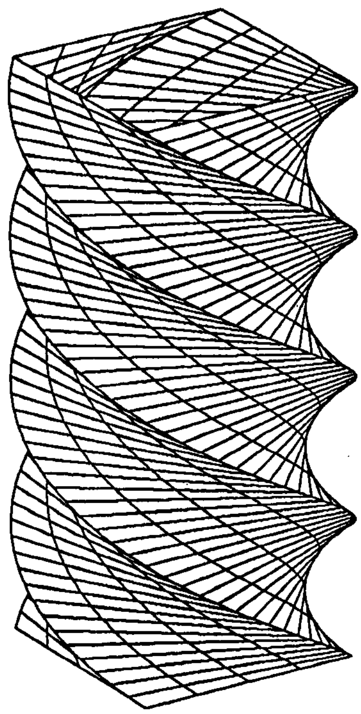
11.4 Přímkové šroubové plochy

vznikají šroubovým pohybem přímky. Podle vzájemné polohy přímky p a osy o šroubového pohybu rozlišujeme následující přímkové šroubové plochy :
pravoúhlé šroubové plochy, jestliže $p \perp o$, **kosoúhlé** šroubové plochy, jestliže $p \not\perp o$,
otevřené šroubové plochy, jestliže p, o jsou mimoběžky,
uzavřené šroubové plochy, jestliže p protíná osu o .
Vyloučíme případ $p \parallel o$, ve kterém vznikne rotační válcová plocha. Jsou tedy čtyři druhy přímkových šroubových ploch (viz obr.11.18a-d):
a) **pravoúhlá uzavřená,** b) **pravoúhlá otevřená,** c) **kosoúhlá uzavřená (vývrtková),** d) **kosoúhlá otevřená.**

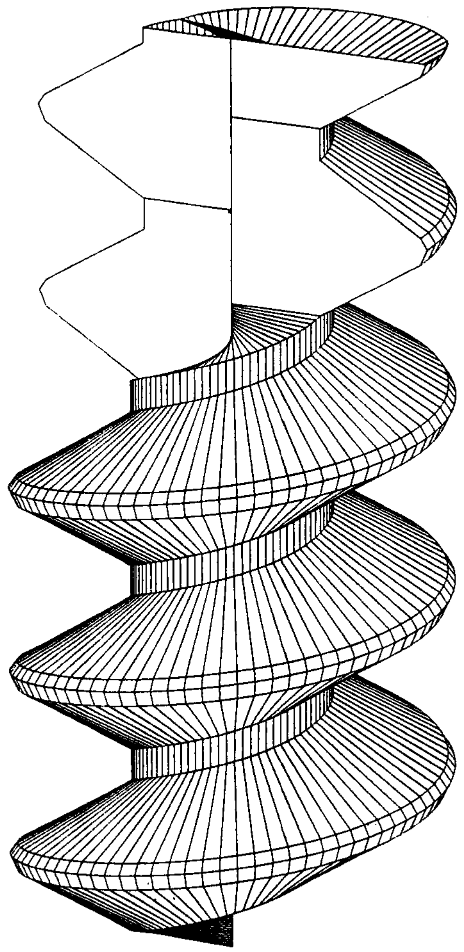
Speciálním případem kosoúhlé otevřené přímkové plochy je plocha tečen šroubovice, jež se nazývá **rozvinutelná plocha šroubová** (viz 13.9, 12.5.3) obrázek 11.26.



Obr.11.18

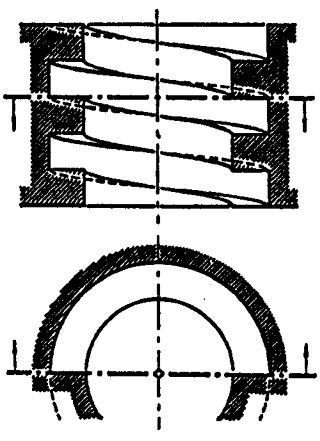
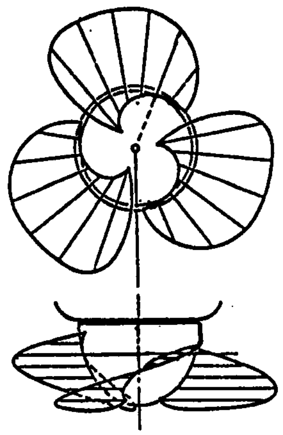
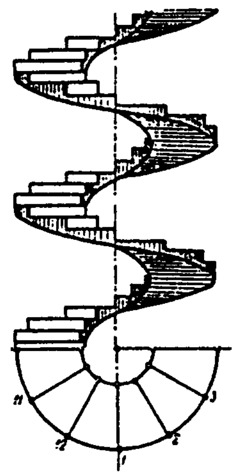


Plocha svidříku
Obr.11.19d



Plocha a meridián šroubu
Obr.11.19e

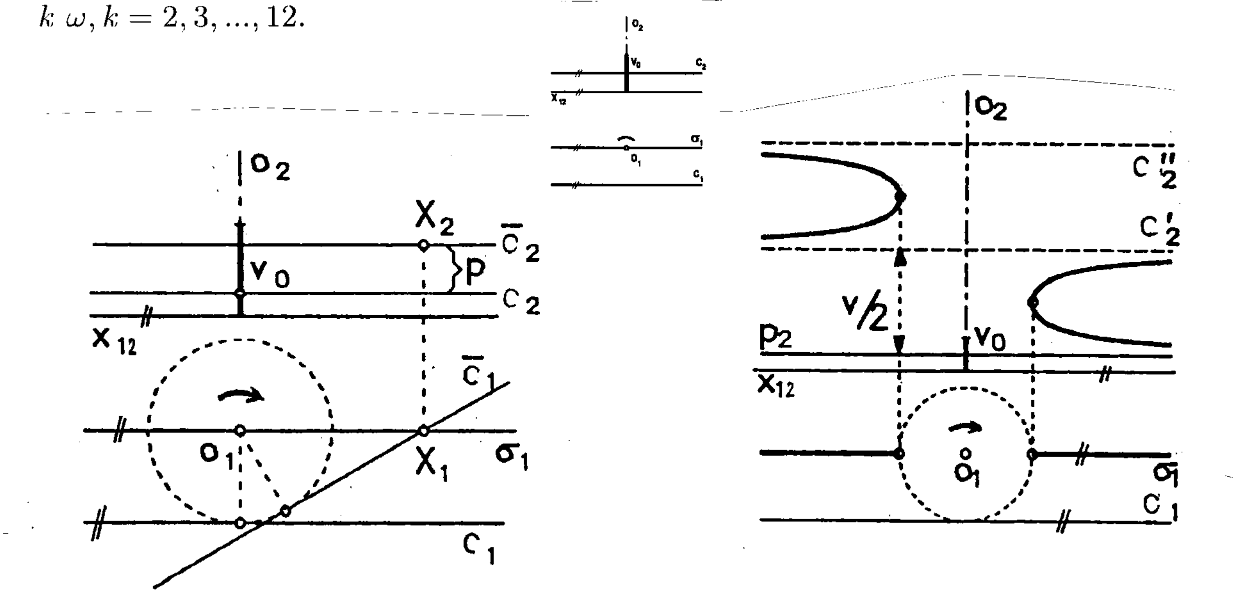
Užití přímkových šroubových ploch v praxi
Pravoúhlou uzavřenou šroubovou plochu užijeme například pro šrouby s tupým závitem (obr.11.19a), korunový vrták, listy jednoduchých ventilátorů (obr.11.19b), plochu šroubového transportéru, točité schody (obr.11.19c), plochu svidříku (obr.11.19d). Pravoúhlou otevřenou šroubovou plochu pro nebozezy, vrtáky, šroubové dopravníky. Kosoúhlou uzavřenou šroubovou plochu (vývrtkovou) užijeme pro povrch šroubů (obr.11.19e).

Obr.11.19a Obr.11.19b Obr.11.19c

11.4.1 Řez přímkové šroubové plochy rovinou
sestrojíme buď obecnou metodou (viz 11.2) nebo využijeme speciálních vlastností přímkových šroubových ploch. Šroubujeme tvořicí přímku c (podle 11.1.4) a body řezu sestrojíme jako průsečíky jednotlivých poloh přímky c s rovinou řezu.

11.4.1.1 Úloha. Sestrojte hlavní meridián pravoúhlé otevřené šroubové plochy $(o, v_o$, prav., tvoř.přímka $c)$.
Řešení. K otočení $\omega = 30°$ přísluší posunutí $p = \pi v_o/6$, označme σ rovinu hlavního meridiánu. Šroubujeme vodorovnou přímku c do polohy $\bar{c}$, pokud existuje $X \equiv \bar{c} \cap \sigma$, pak je to bod hlavního meridiánu, viz obr. 11.20 (vlevo konstrukce bodu X meridiánu, vpravo výsledný meridián). Analogicky najdeme další polohy přímky c pro úhel otočení $k\ \omega, k = 2, 3, ..., 12$.

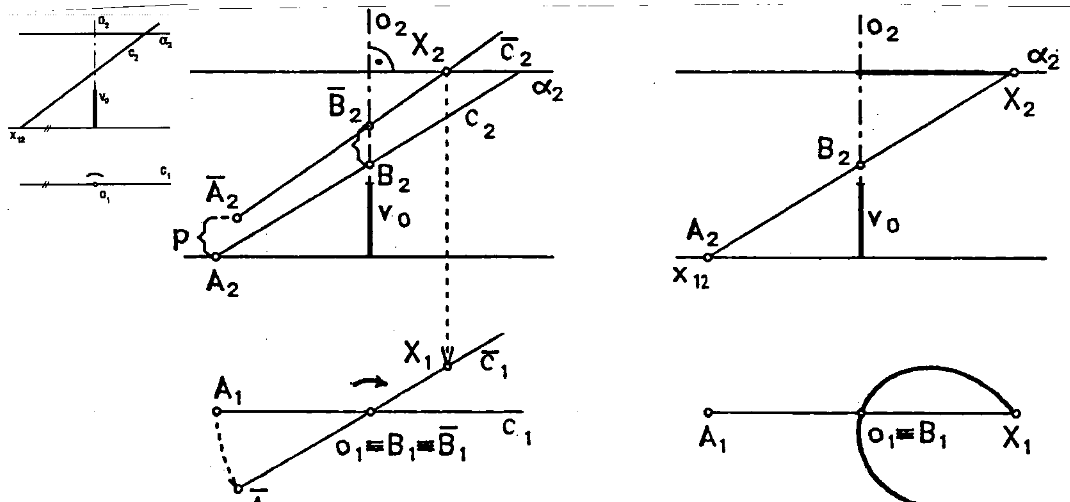


Obr.11.20

Poznámka. Přímka c je v zadané poloze na obrázku 11.20 rovnoběžná s rovinou hlavního meridiánu, její nárys je asymptotou meridiánu.

11.4.1.2 Úloha

Sestrojte čelní řez kosoúhlé uzavřené šroubové plochy (o, v_o, prav.,tvoř.přímka c).
Řešení. K otočení $\omega = 30°$ přísluší posunutí $p = \pi v_o/6$. Šroubujeme dva body A, B přímky $c, B \equiv p \cap o$ (8.4). Body řezu $\bar{X}$ jsou průsečíky šroubované přímky s rovinou čelního řezu $\alpha, \alpha \perp o$. Analogicky najdeme další polohy bodů A, B pro otočení $k\ \omega, k = 2, 3, ..., 12$. Konstrukce jednoho bodu $\bar{X}$ čelního řezu je na obr.11.21 (vlevo) a výsledný čelní řez vpravo.

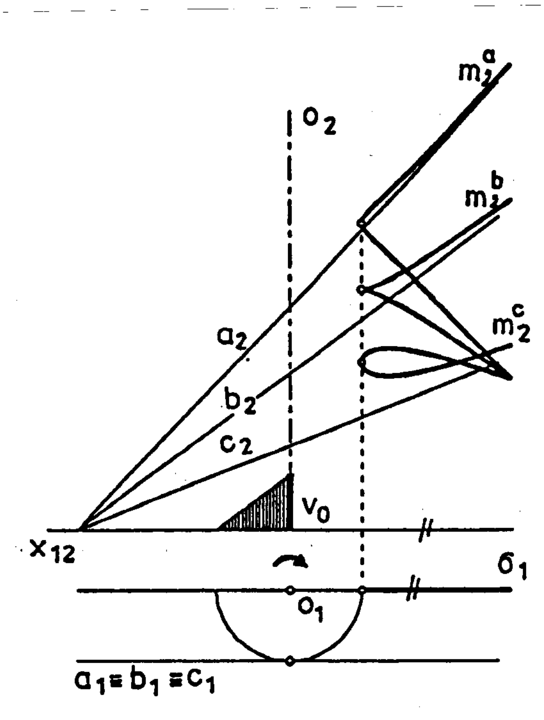


Obr.11.21

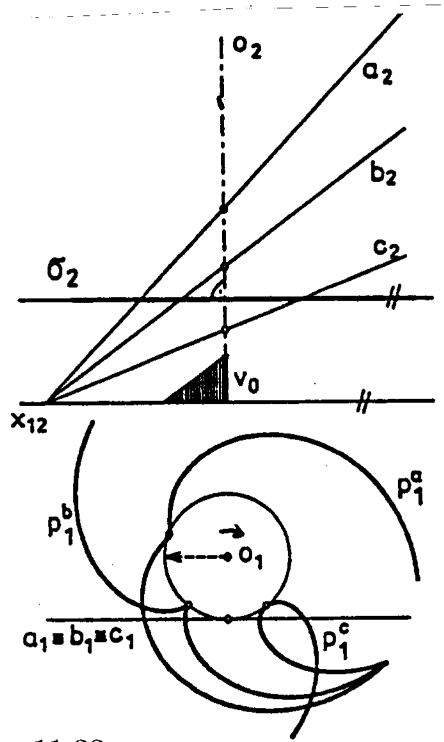
Poznámka. Čelním řezem kosoúhlé uzavřené šroubové plochy je Archimedova spirála.

11.4.1.3 Hlavní meridán a čelní řez otevřené kosoúhlé šroubové plochy

sestrojíme analogicky ke dvěma předcházejícím úlohám. Na obrázku 11.22 jsou zobrazeny hlavní meridiány m^a, m^b, m^c, (v rovině σ) ploch, jejichž tvořicí přímky jsou a, b, c. Na obrázku 11.23 jsou zobrazeny čelní řezy (příčné profily) p^a, p^b, p^c (v rovině σ) ploch, jejichž tvořicí přímky jsou a, b, c.



Obr.11.22



Obr.11.23

11.5 Zobrazení šroubové plochy, $o \perp \pi$, v Mongeově promítání

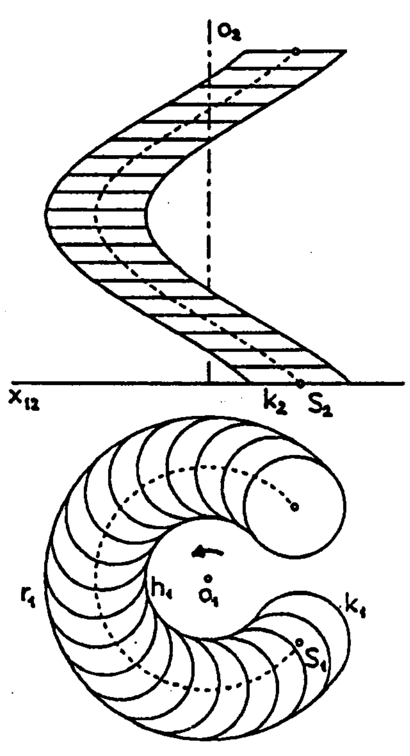
Obrys šroubové plochy při promítání do π se skládá z rovníkové, hrdlové a hraničních šroubovic, pokud na ploše existují.

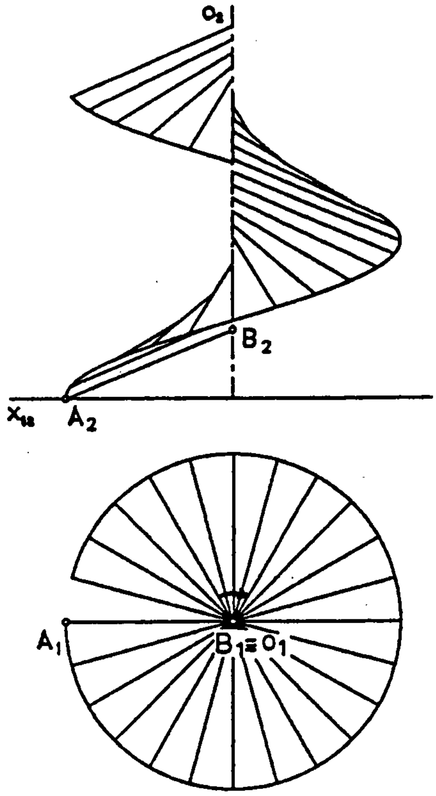
Nárys obrysu šroubové plochy při promítání do ν sestrojíme většinou jako obálku průmětů jednotlivých poloh tvořicí křivky a doplníme nárysem hraničních křivek.

11.5.1 Zobrazení vinutého sloupku (o, v, lev., tvořicí kružnice k) v Mongeově promítání, viz obrázek 11.24.

Zobrazíme jednotlivé polohy tvořicí kružnice k (uvažujeme úhel otočení $\omega = 15°$ a jeho násobky, $p = v/24$), p je posunutí příslušné k otočení o úhel ω.

Půdorys obrysu se skládá z h_1 (hrdlo) a r_1 (rovník).
Nárys obrysu získáme spojením koncových bodů nárysů jednotlivých poloh kružnice.

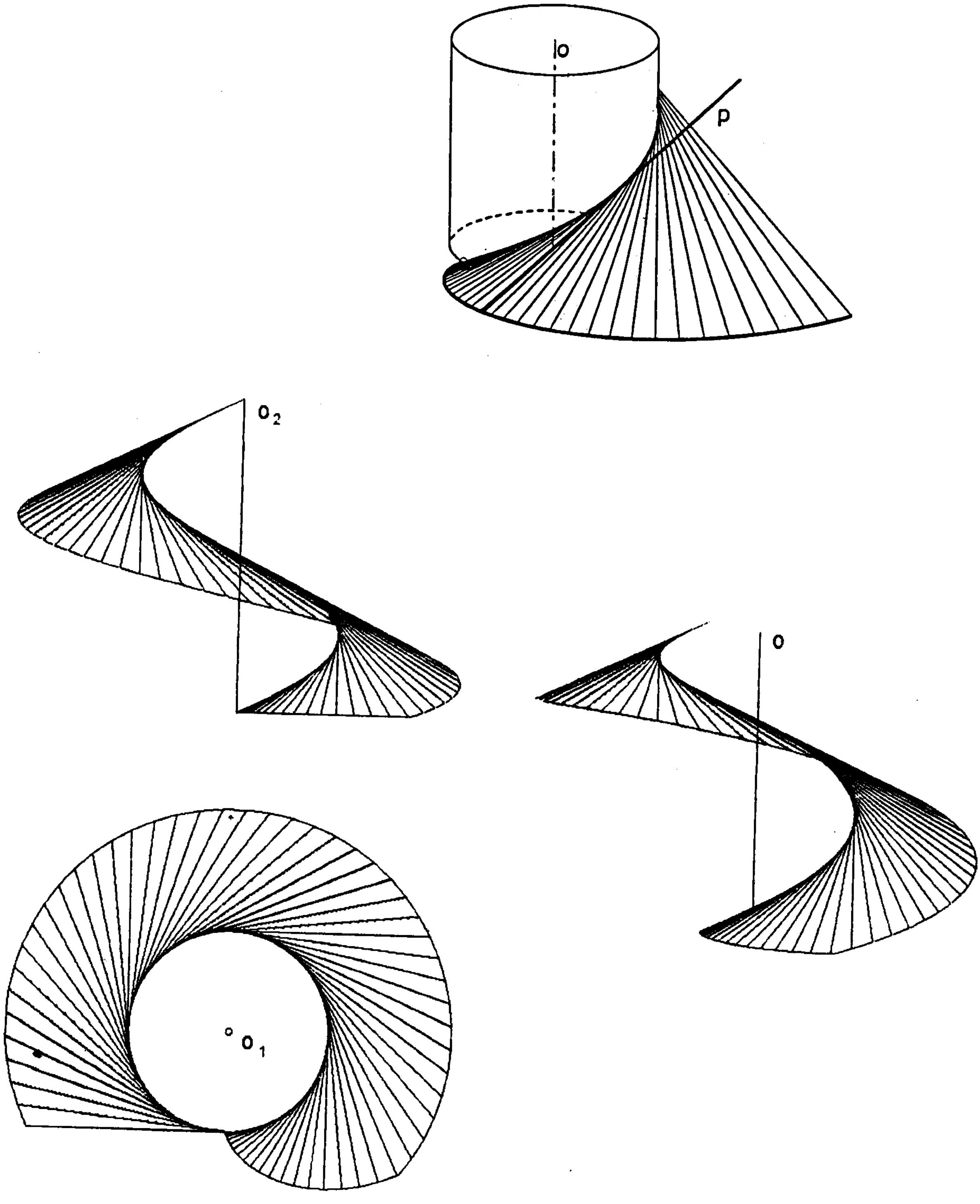




Obr.11.24 *Vinutý sloupek* *Výývrtková plocha* Obr.11.25

11.5.2 Zobrazení kosoúhlé uzavřené šroubové plochy

(o, v, prav., tvořicí křivka úsečka $c \equiv AB$) v Mongeově promítání, viz obrázek 11.25.
Nárys obrysu je obálka průmětů poloh přímky AB ($\omega = 15°$, $p = v/24$), doplněná nárysem hraniční křivky tj. šroubovice bodu A.

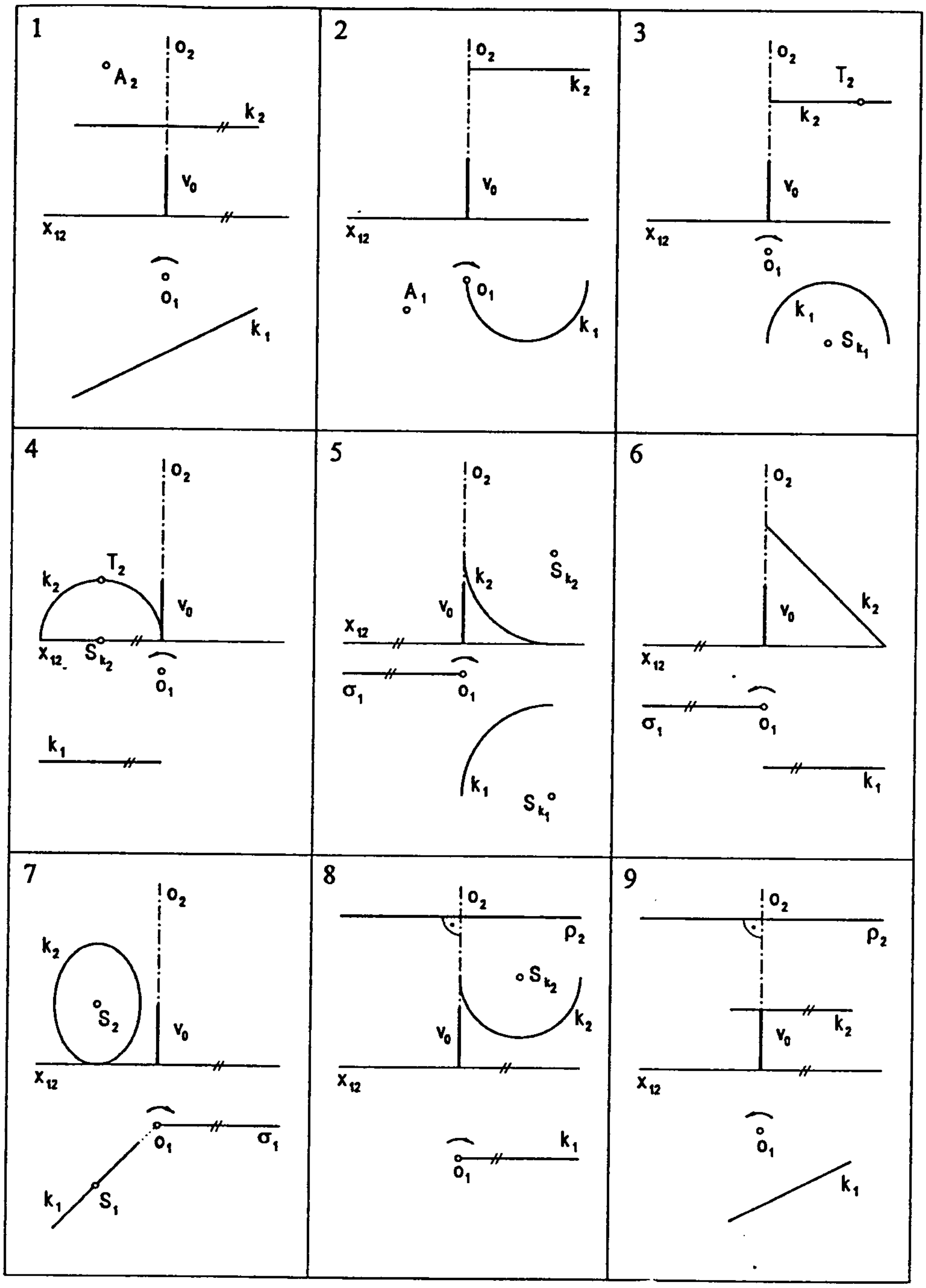


Obr.11.26

Rozvinutelná šroubová plocha

Cvičení, obr. 11.26

Šroubová plocha je dána (osa, tvořicí křivka k, v_o, smysl).
Sestrojte
1) - 2) Zbývající průmět bodu A plochy.
3) - 4) Tečnou rovinu plochy v bodě T tvořicí křivky k.
5) - 7) Část hlavního meridiánu plochy.
8) - 9) Čelní řez plochy.



Obr. 11.26