

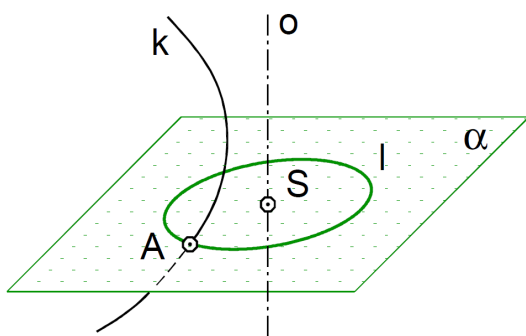
ROTAČNÍ PLOCHY

1) Základní pojmy

Rotační plocha vznikne rotací **tvůřicí křivky k** kolem osy o .

Pro zobrazení a konstrukce bude výhodnější nechat rotovat jednotlivé body tvořicí křivky.

Trajektorii rotujícího bodu nazveme **rovňoběžkovou kružnicí - rovňoběžkou**.

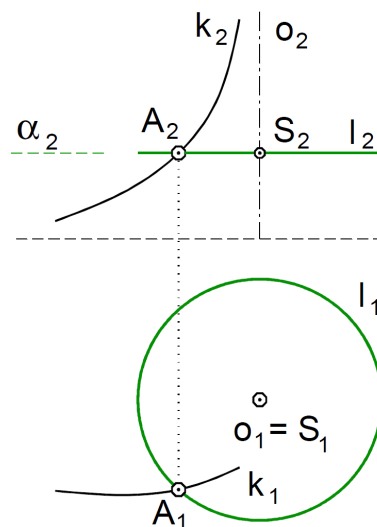


Rovňoběžka l

$$A \equiv k \cap \alpha$$

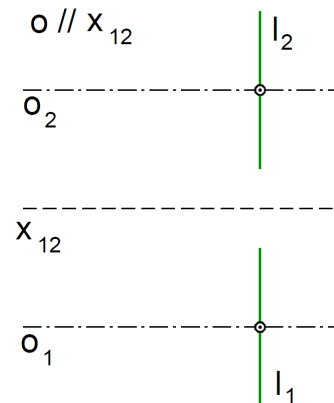
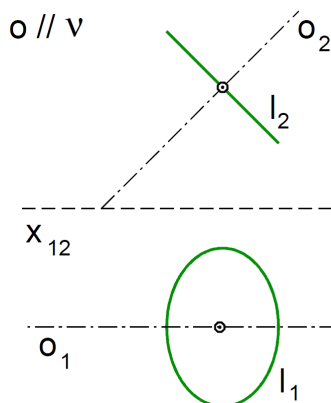
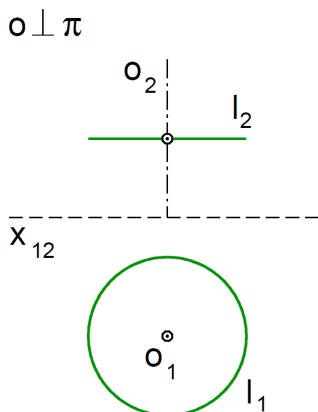
$$S \equiv o \cap \alpha$$

$$l \equiv (S, r = \|SA\|)$$



$o \perp \pi$: nárys: $l_2 \parallel x_{12}, l_2 \subset \alpha_2$
 půdorys: $l_1 \equiv (o_1, r = \|o_1 A_1\|)$

Průměty rovňoběžky l (osa $o \parallel v$)

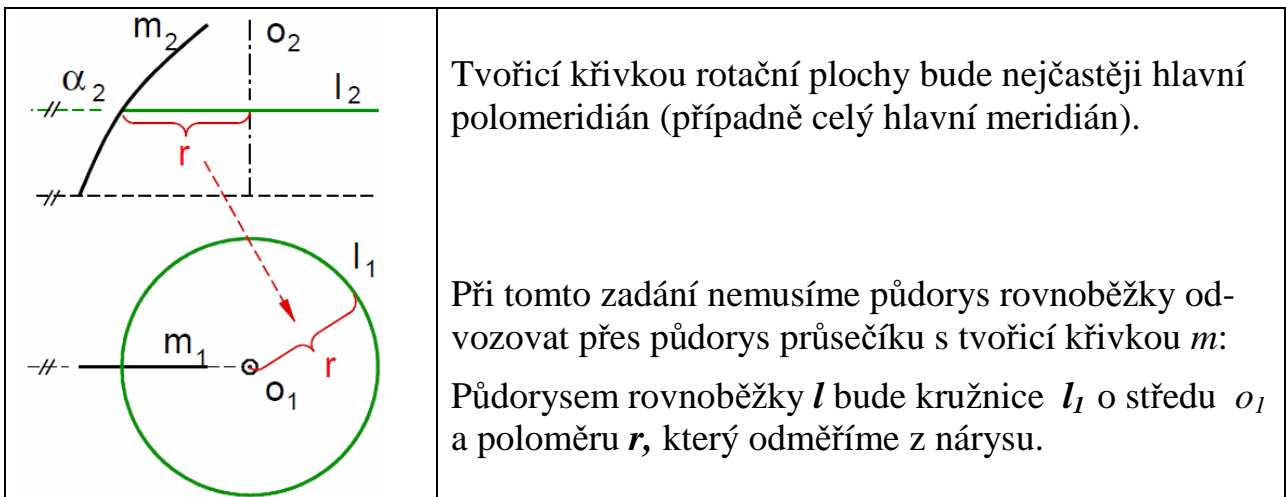
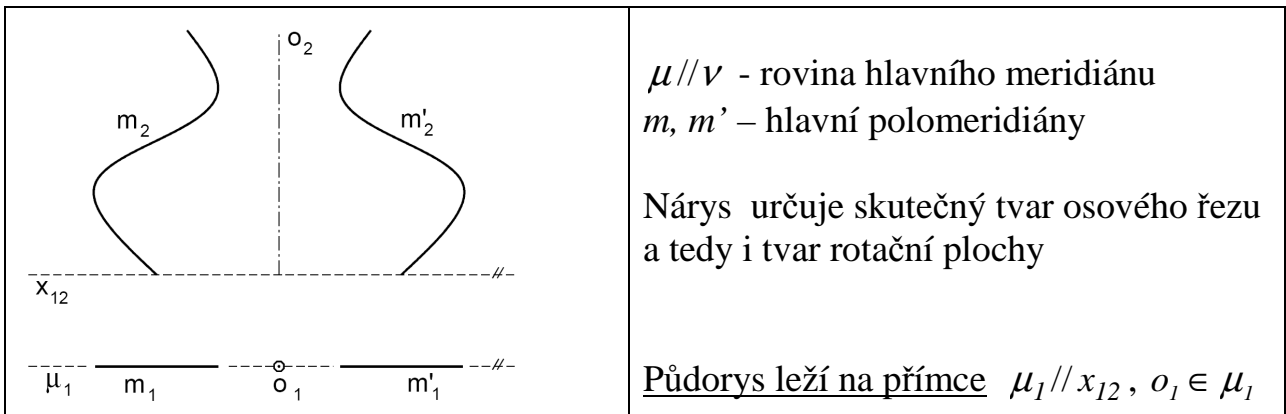


Poznámka: V dalších kapitolách bude osa rotace (o) vždy kolmá k půdorysně.

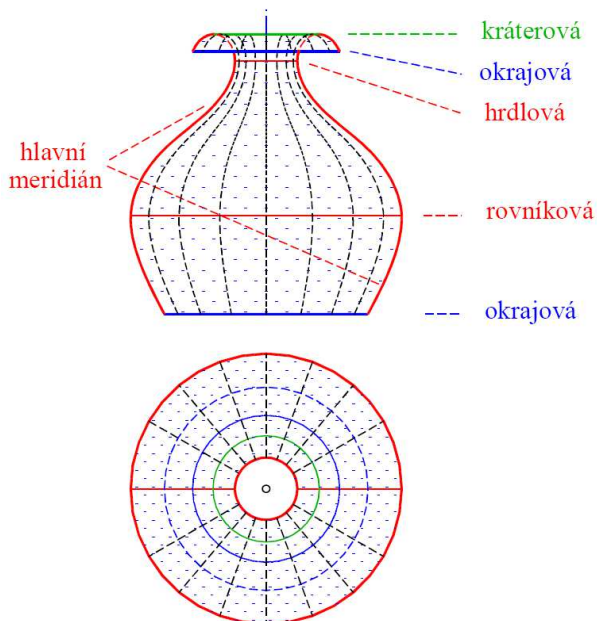
Meridián rotační plochy

Meridián rotační plochy je osový řez této plochy.

Hlavní meridián leží v rovině μ rovnoběžné s nárysnou (případně s půdorysnou) a je složen ze dvou osově souměrných **hlavních polomeridiánů**.



Významné rovnoběžkové kružnice, pravouhlý průmět rotační plochy



Hlavní meridián a na obrázku zobrazené významné rovnoběžky tvoří soustavu významných křivek plochy, které použijeme při řešení úloh zaměřených na rotační plochy.

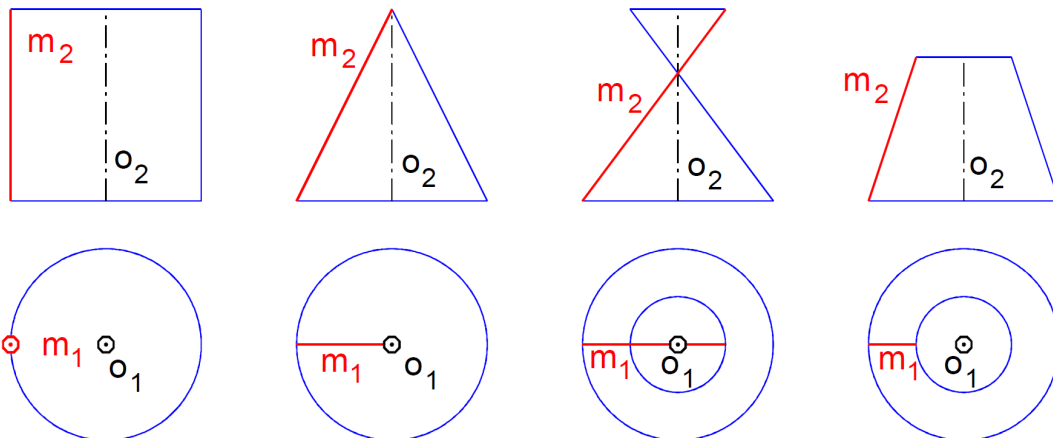
Pravouhlý průmět rotační plochy ($o \perp \pi$)

Hlavní meridián a vybrané významné rovnoběžky tvoří obrysové (hraniční) křivky půdorysu a nárysu.

2) Známé rotační plochy

a) Rotace úsečky k kolem osy o

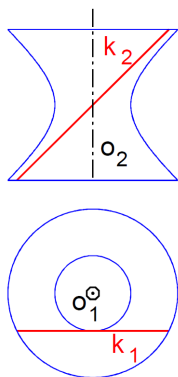
Úsečka k je hlavním polomeridiánem m (leží s osou rotace v jedné rovině)



Plášť rotačního

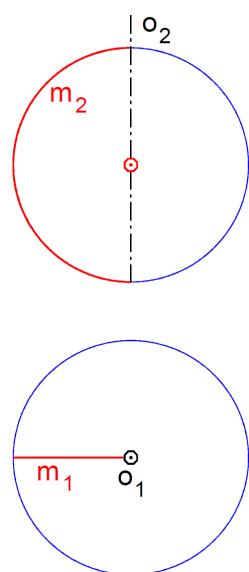
- válce
- kužele
- dvojkůžele
- komolého kužele

Úsečka k je mimoběžná s osou rotace



Rotační jednodílný hyperboloid

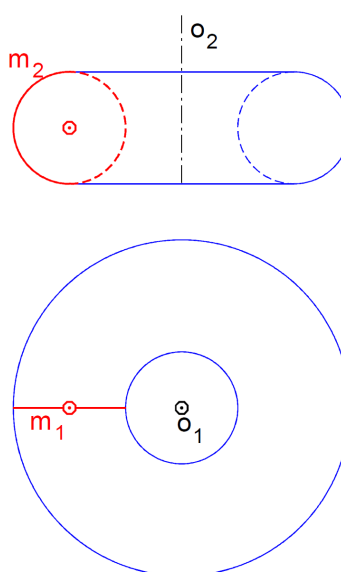
b) Rotace kružnice kolem osy o



Kulová plocha

Rotace kružnice kolem její osy o

(polokružnice m je hlavním polomeridiánem plochy)



Anuloid

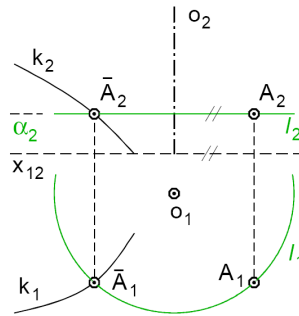
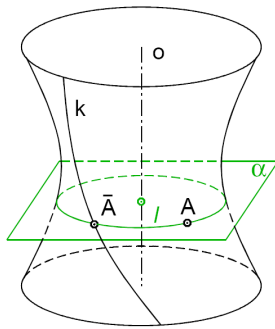
Rotace kružnice m kolem osy o ležící s kružnicí v jedné rovině a neprotínající ji

(kružnice m je hlavním polomeridiánem plochy)

c) Rotací kuželosečky kolem její osy vzniknou rotační kvadriky

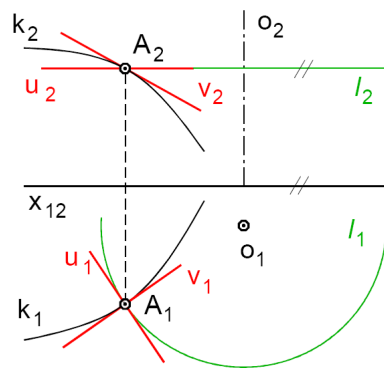
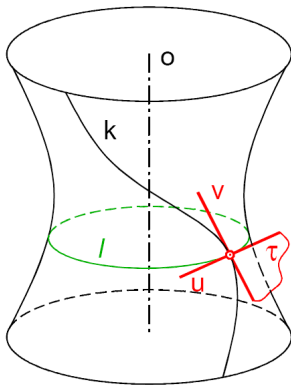
3) Základní konstrukce

a) Bod na rotační ploše



Bod A leží na rovnoběžce l v rovině α ($\alpha \perp o$), která je určena průsečíkem \bar{A} roviny α s tvořící křivkou k

b) Tečná rovina v bodě tvořící křivky



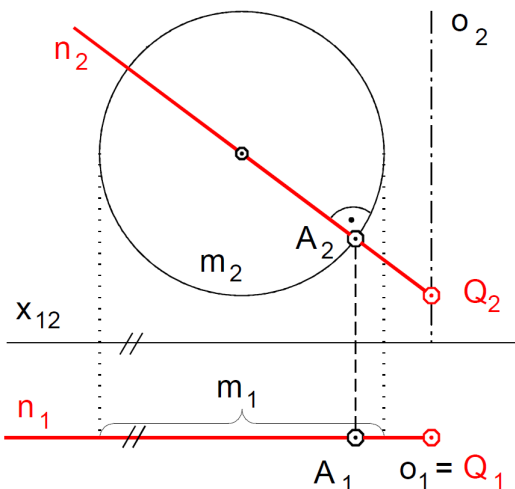
Tečná rovina τ

v bodě $A \in k$ je určena tečnou v tvořící křivky k a tečnou u rovnoběžky l .

$$\tau \equiv (u, v)$$

c) Normála rotační plochy

Normála n rotační plochy v bodě je kolmá k tečné rovině v tomto bodě.



Normála rotační plochy leží v rovině meridiánu (osového řezu) a je jeho normálou.

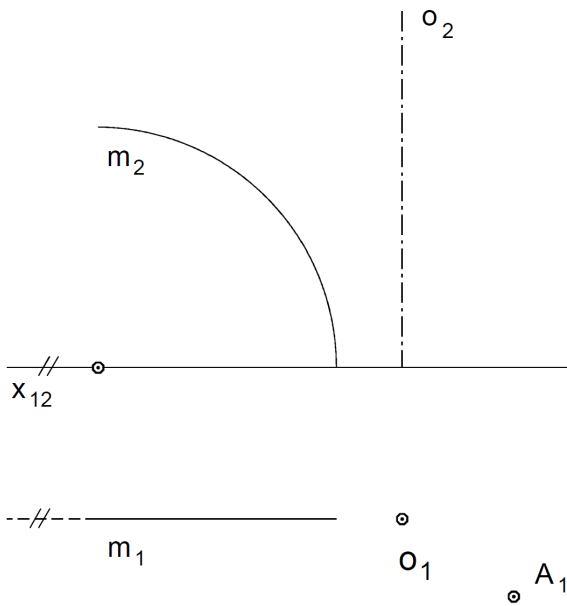
Normála rotační plochy protíná osu rotace nebo je s ní rovnoběžná.

$$Q \equiv n \cap o \text{ průsečík normály } n \text{ s osou } o$$

Normály plochy tvoří: rotační válcovou plochu (v bodech kráterové rovnoběžky)
rovinu (v bodech rovníkové a hrdlové rovnoběžky)
rotační kuželovou plochu (v ostatních bodech).

4) Příklady

Příklad 1: V bodě A (dáno A_1) rotační plochy (o, m) sestrojte normálu n .



Postup:

1) nárys A_2 :

$$A_1 \rightarrow \bar{A}_1 \equiv m_1 \cap l_1$$

$$\bar{A}_1 \rightarrow \bar{A}_2 \in m_2$$

$$\bar{A}_2 \rightarrow A_2 \leftarrow A_1$$

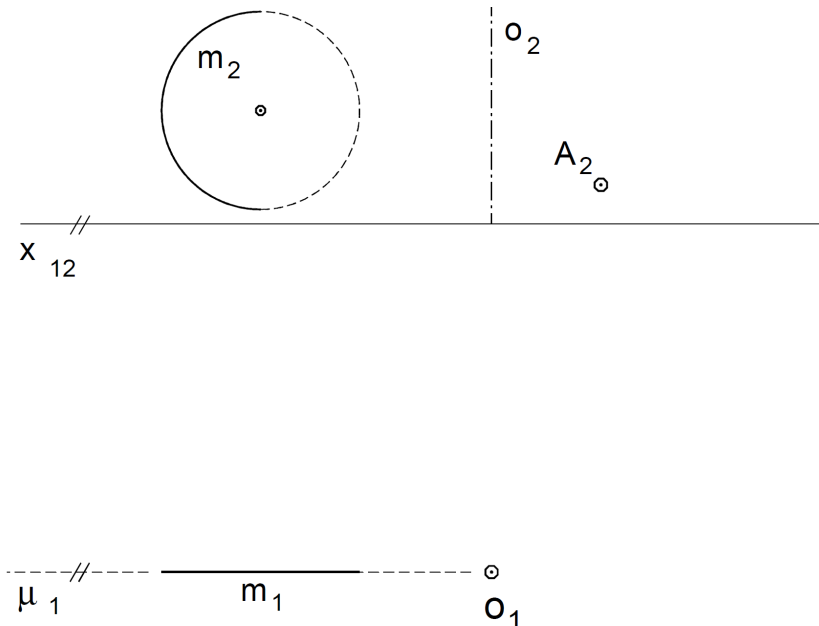
2) normála \bar{n}

normála \bar{n}_2 nárysu m_2 meridiánu v \bar{A}_2

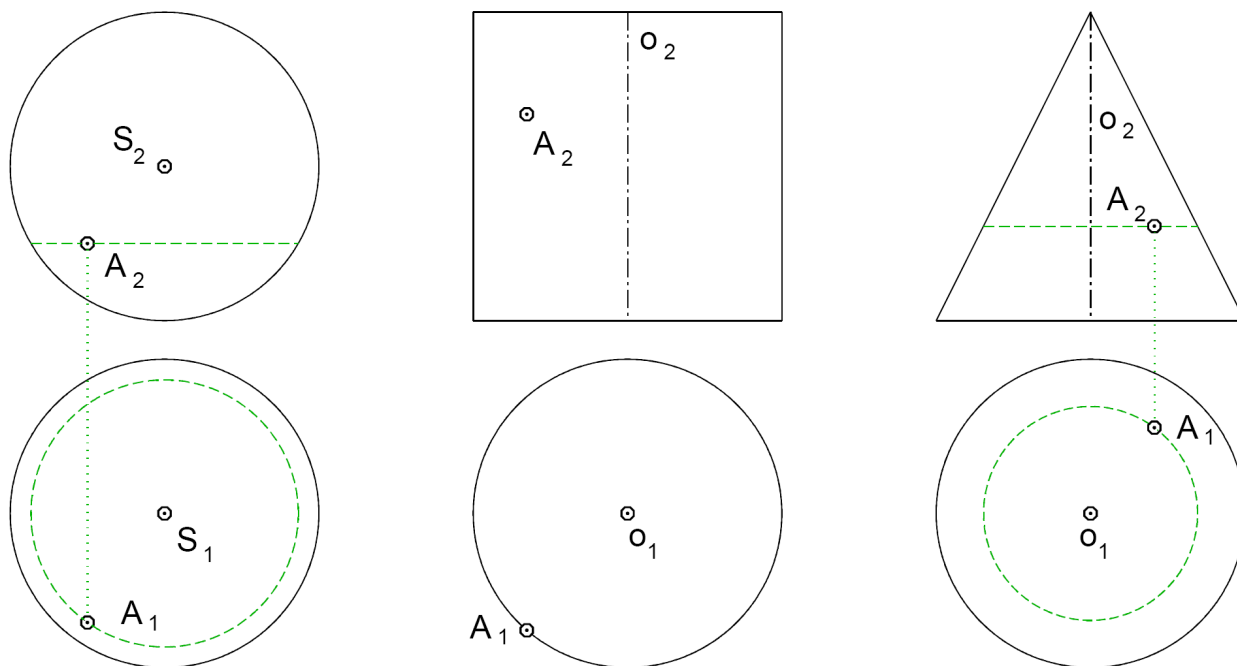
$$\bar{n}_2 \cap o_2 \equiv Q_2, Q_2 \rightarrow Q_1 \in o_1$$

$$n_2 \equiv Q_2 A_2, n_1 \equiv Q_1 A_1$$

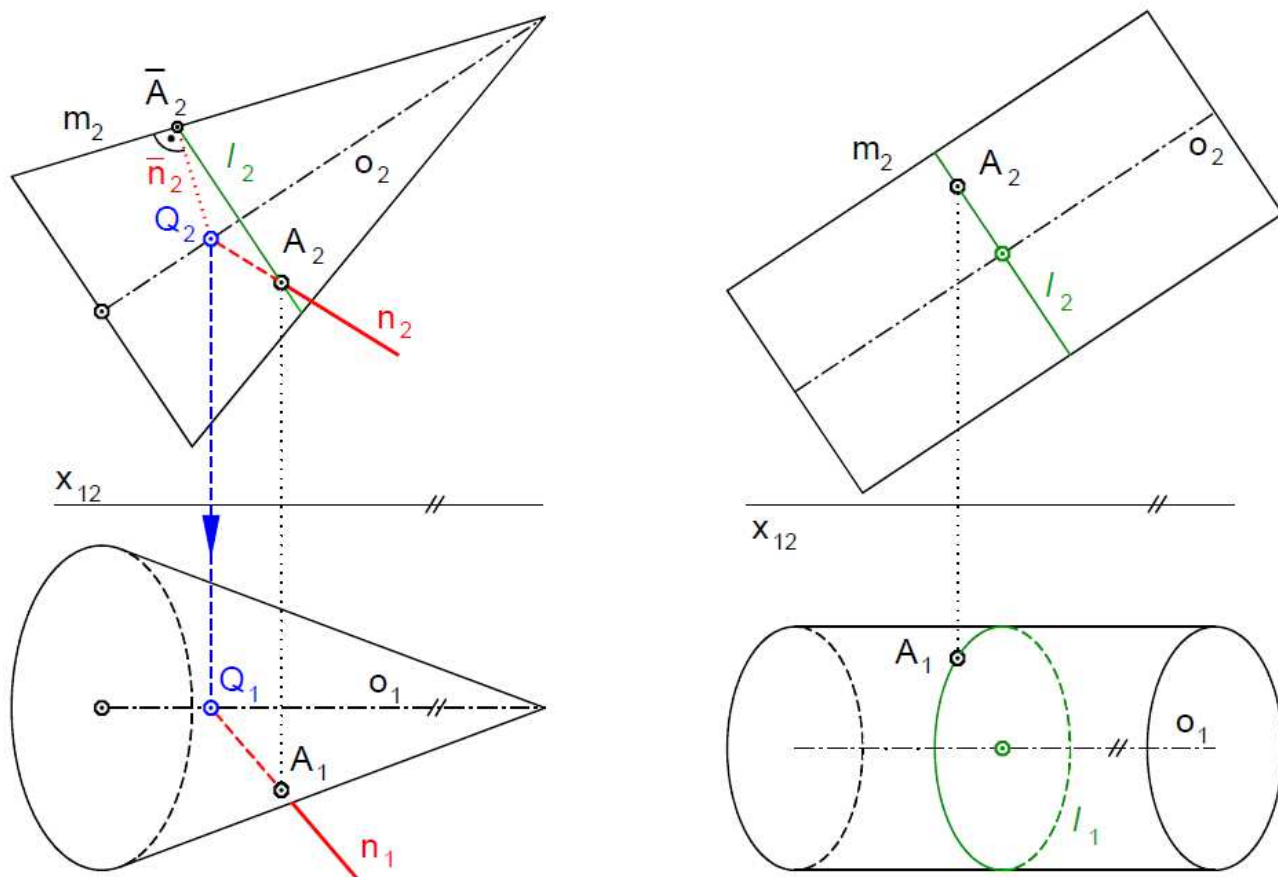
Příklad 2: Rotační plocha je dána osou o a hlavním polomeridiánem m . Sestrojte oba průměty plochy a k danému nárysu A_2 bodu A plochy sestrojte půdorys.



Příklad 3: V bodě A zobrazené rotační plochy sestrojte normálu n a určete viditelnost.

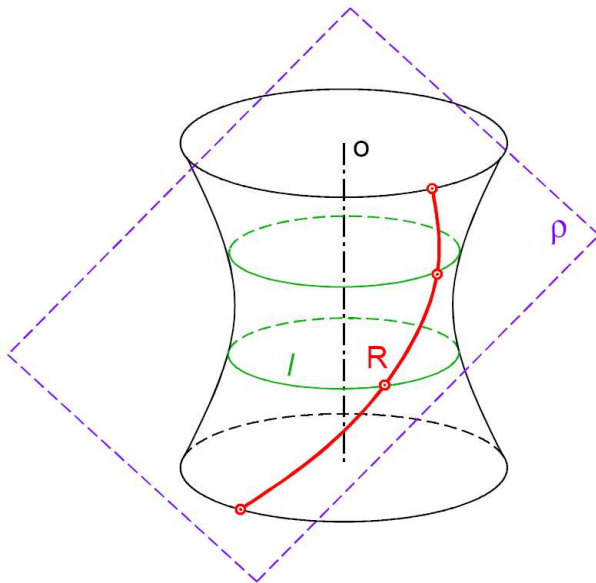


Příklad 4: Sestrojte normálu n pláště rotačního kužele a válce v daném bodě A .
(vyjímka z úmluvy: osa není kolmá k půdorysně, ale je $//v$)



Poznámka: Postup konstrukce je prakticky stejný jako v příkladu 1, jen pro půdorys normály musíme sestrojit půdorys Q_I bodu Q (průsečík normály s osou o).

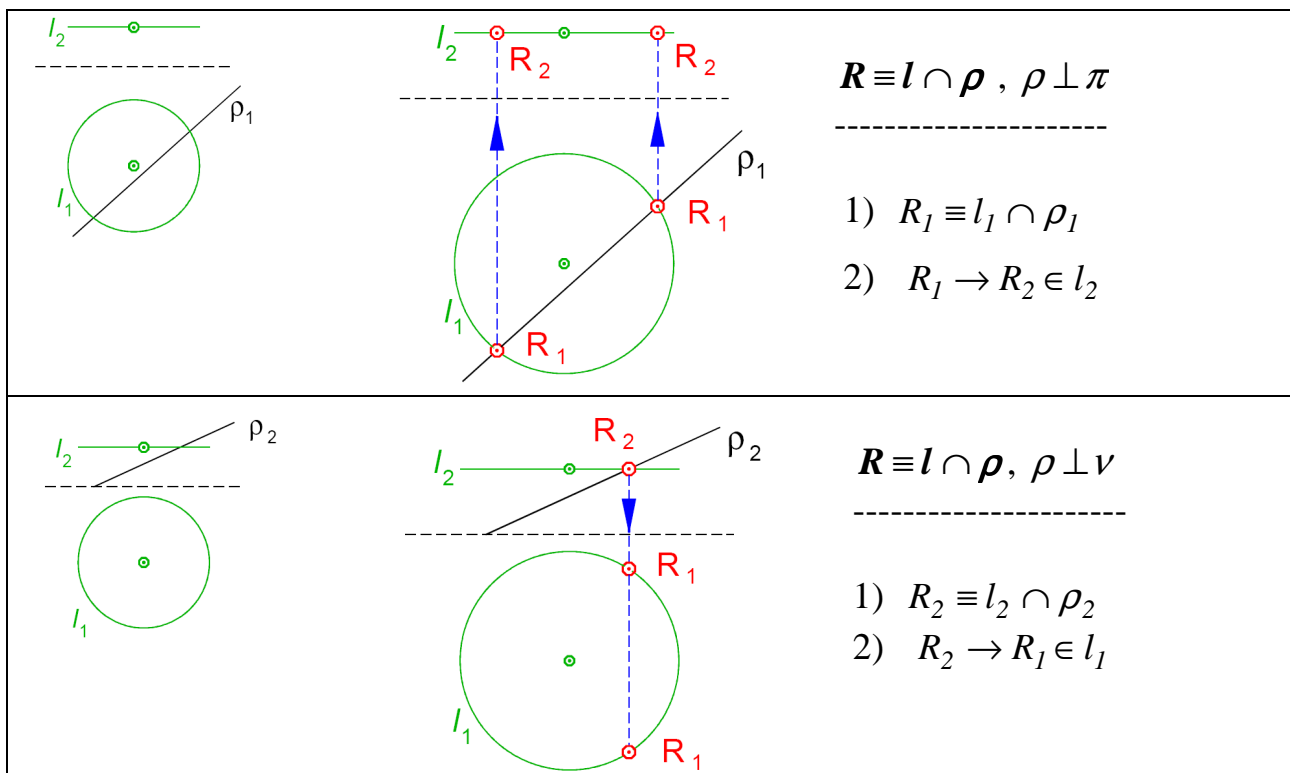
5) Řez rotační plochy promítací rovinou



Řez rotační plochy rovinou ρ určíme pomocí průsečíků vybraných rovnoběžkových kružnic s rovinou řezu - např.: $R \equiv l \cap \rho$.

V případě, že rovina řezu je kolmá k ose rotační plochy, bude řezem rovnoběžková kružnice.

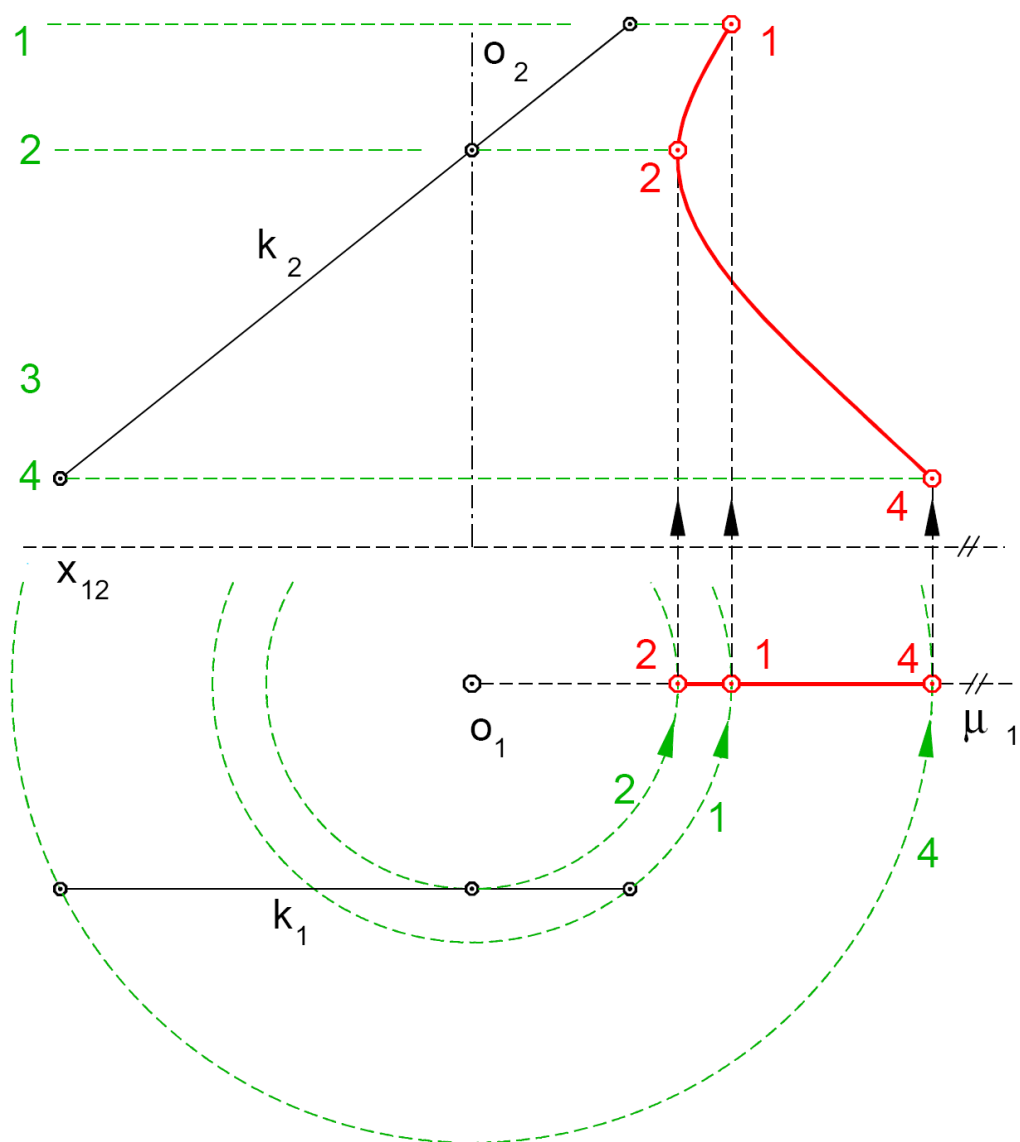
Základní úloha : Průsečík R rovnoběžkové kružnice l s promítací rovinou ρ .



Řez rotační plochy promítací rovinou :

- 1) Zvolíme významné a další rovnoběžky
- 2) Určíme průsečíky zvolených rovnoběžek (a případně tvořící křivky) s rovinou řezu
- 3) Body řezu spojíme v obou průmětech a ve správném pořadí hladkou křivkou
- 4) V případě zobrazené plochy určíme viditelnost řezu vzhledem k ploše

Příklad 1: Hlavní polomeridián rotační plochy (osa o , tvořící úsečka k).

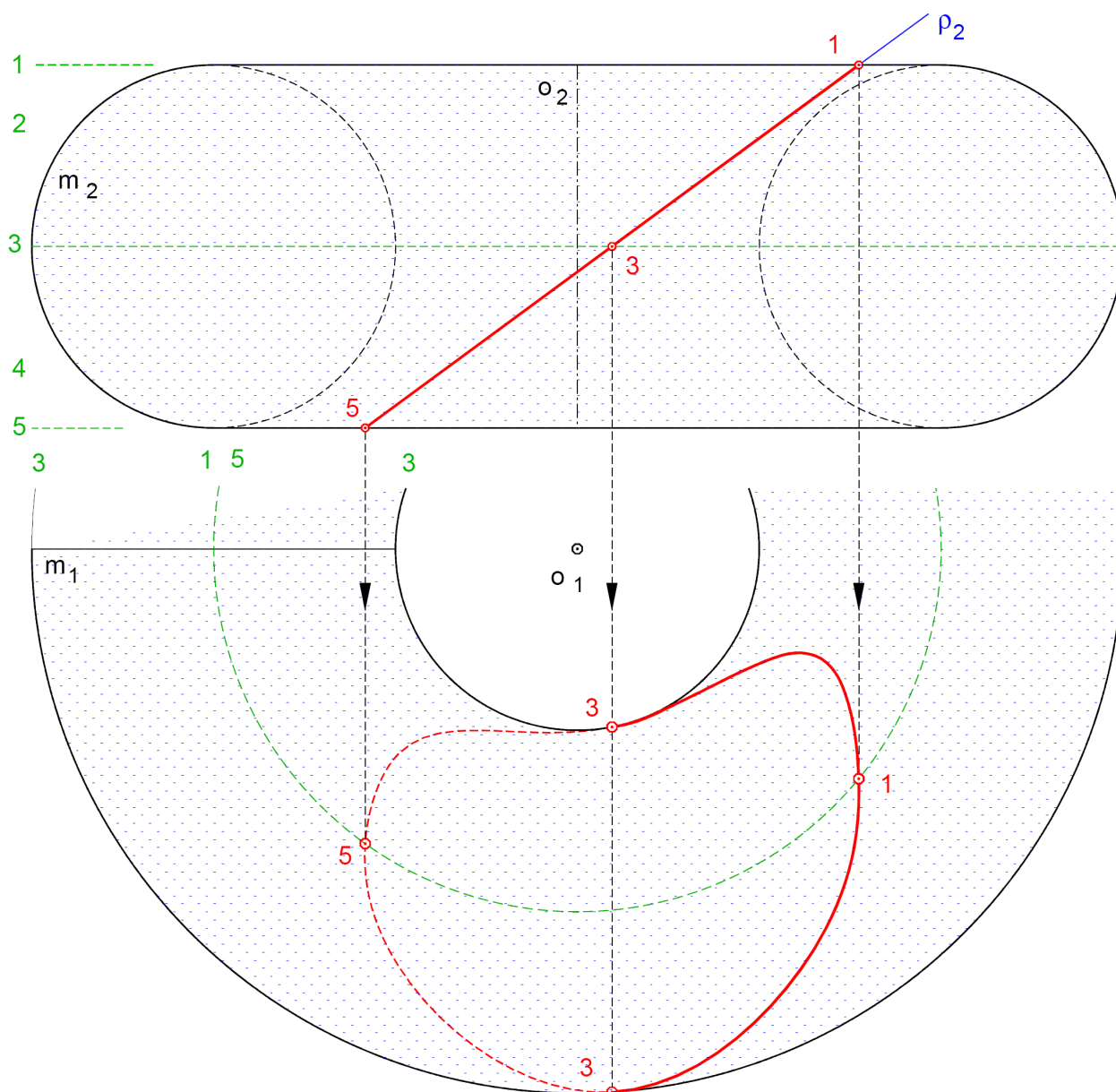


Hlavní polomeridián sestrojíme jako řez hlavní polorovinou $\mu // \mathbf{v}$ ($o_1 \in \mu_1$, $\mu_1 // x_{12}$):

- 1) Významné rovnoběžky volíme hlavními rovinami $// \pi$ (**1,4** - okrajové, **2** - hrdlová)
- 2) Průsečky rovnoběžek s rovinou μ podle základní úlohy
Křivka k rovinu neprotíná
- 3) Správné pořadí bodů je dáno pořadím očíslovaných rovin
- 4) Neřešíme - plocha není zobrazená

Úkol: Doplňte řez dalším bodem v rovině **3**

Příklad 2: Řez přední poloviny anuloidu promítací rovinou ρ ($\rho \perp v$).

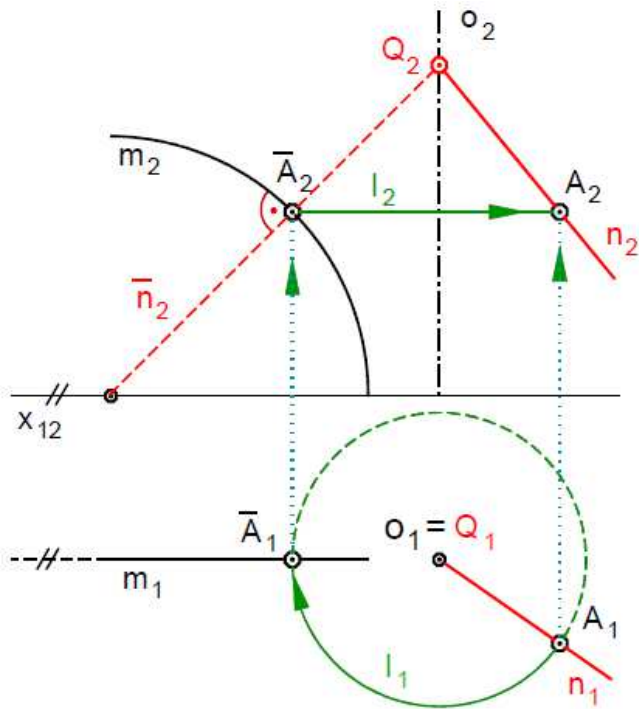


- 1) Významné rovnoběžky volíme hlavními rovinami // π
(**1,5** - kráterové, **3** - rovníková a hrdlová)
- 2) Průsečíky rovnoběžek s rovinou ρ sestojíme podle základní úlohy
Meridián rovinu neprotíná
- 3) Správné pořadí bodů je dáno pořadím očíslovaných rovin
- 4) Viditelnost křivky řezu je dána umístěním na ploše
Půdorys : bod **1** je vidět protože leží na horní polovině anuloidu
Nárys : bod **3** na rovníkové kružnici je vidět protože leží na přední straně přední poloviny anuloidu

Úkol: Doplňte řez dalšími body v rovině **2** a **4**

Výsledky příkladů kapitoly 4

1) Bod rotační plochy, normála



Postup:

1) nárys A_2 :

$$A_1 \rightarrow \bar{A}_1 \equiv m_1 \cap l_1$$

$$\bar{A}_1 \rightarrow \bar{A}_2 \in m_2$$

$$\bar{A}_2 \rightarrow \mathbf{A}_2 \leftarrow A_1$$

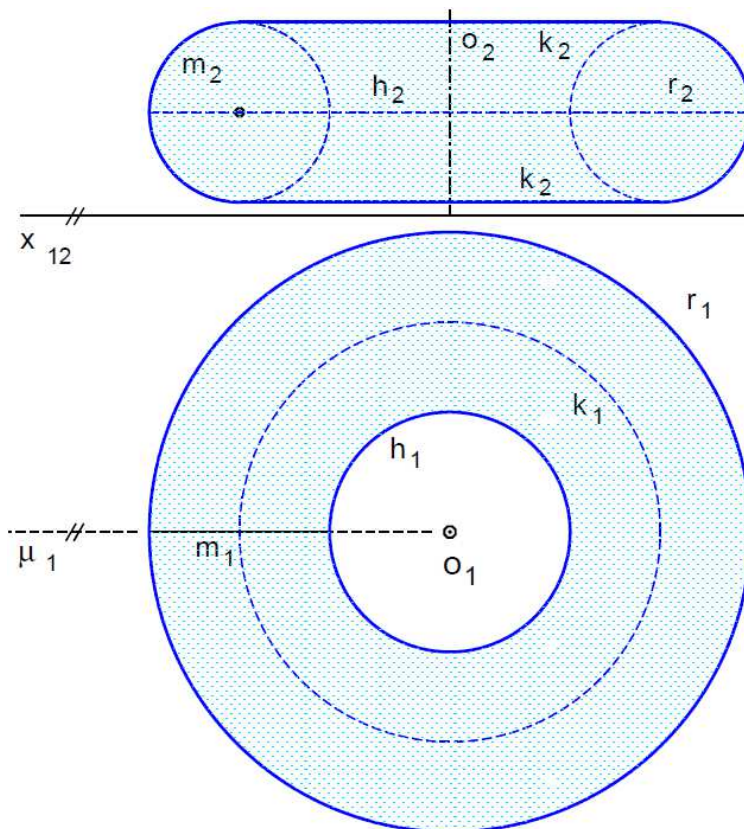
2) normála \bar{n}

normála \bar{n}_2 nárysu m_2 meridiánu v \bar{A}_2

$$\bar{n}_2 \cap o_2 \equiv Q_2, \quad Q_2 \rightarrow Q_1 \in o_1$$

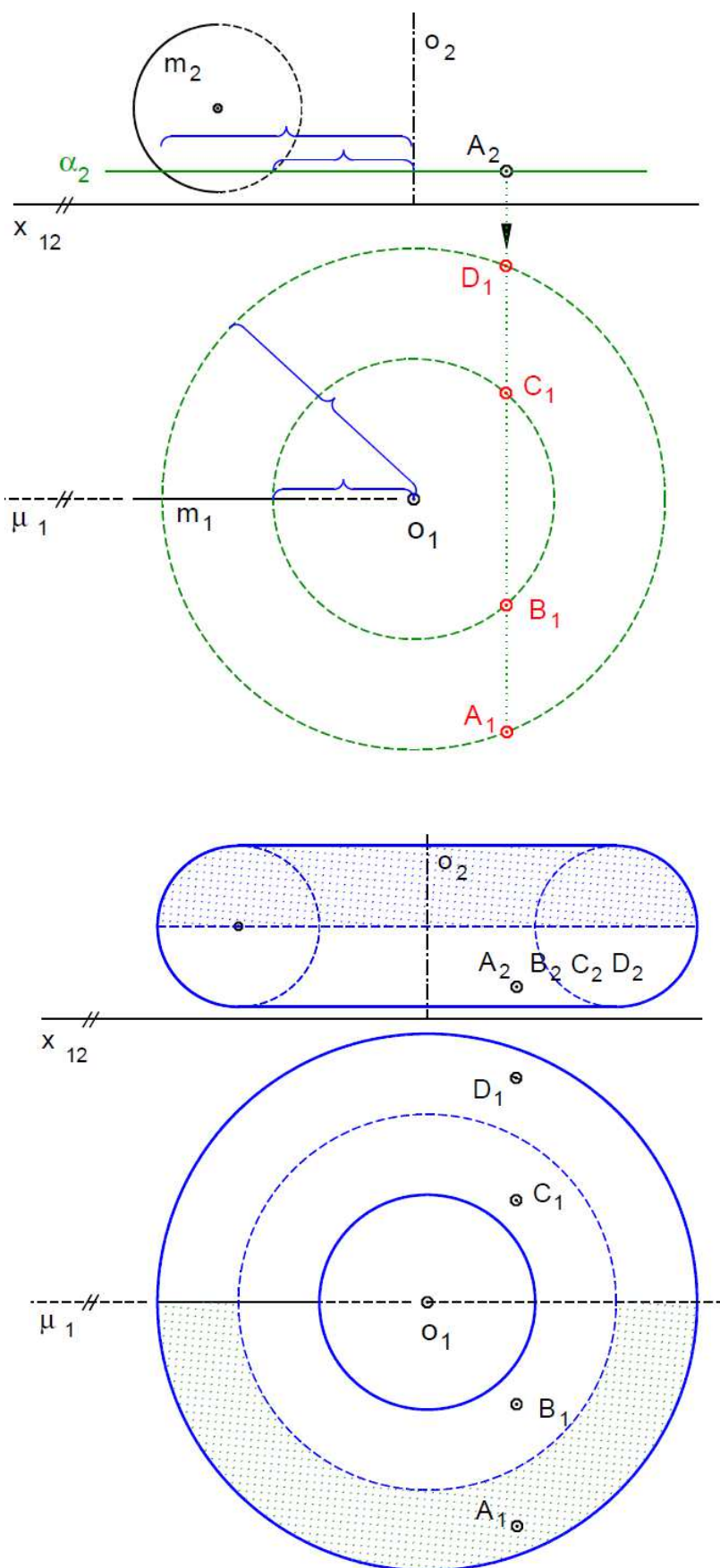
$$n_2 \equiv Q_2 A_2, \quad n_1 \equiv Q_1 A_1$$

2a) Průměty anuloidu



Hraniční křivky pro průměty tvoří hrdlová h , rovníková r , obě kráterové rovnoběžky k a celý hlavní meridián.

2b) Body na anuloidu a jejich viditelnost



Modré body jsou vidět v půdorysu, zelené v nárysu.

V půdorysu není vidět žádný, v nárysu je vidět pouze bod A .

3) Normála elementárních ploch

