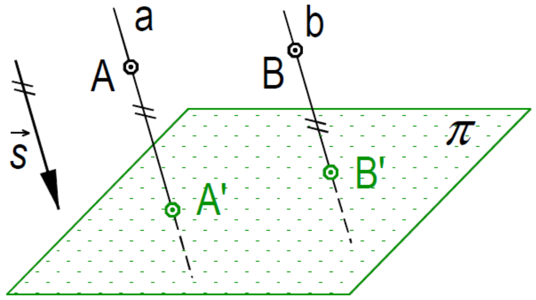
P R O M Í T Á N Í

Promítání je zobrazení prostorového útvaru do roviny.
Je určeno průmětnou a směrem (rovnoběžné) nebo středem (středové) promítání.

Princip rovnoběžného promítání



rovina π - průmětna
vektor $\vec{s}$ - směr promítání

$a // \vec{s}$, $A \in a$: průmět $A' \equiv a \cap \pi$
$b // \vec{s}$, $B \in b$: průmět $B' \equiv b \cap \pi$

Rovnoběžné promítání

Pravoúhlé ($\vec{s} \perp \pi$) **Mongeovo promítání**

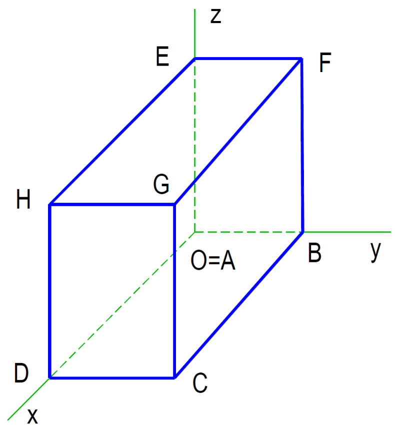
Pravoúhlá axonometrie, **technická isometrie**

Kosoúhlé **Kosoúhlé promítání**

Obecná axonometrie

Vlastnosti rovnoběžného promítání

Poznámka: Průměty bodů popíšeme "bez čárky"



ABCDEFGH kvádr v základní poloze

{O,x,y,z} souřadnicový systém (osový kříž)

(x,y), (x,z), (y,z) souřadnicové roviny

1) Útvar v průmětně a rovině rovnoběžné s průmětnou se promítne do shodného

2) Rovnoběžné přímky se promítnou do rovnoběžných (nebo bodů)
Rovnoběžné shodné úsečky se promítnou do rovnoběžných a shodných (nebo bodů)

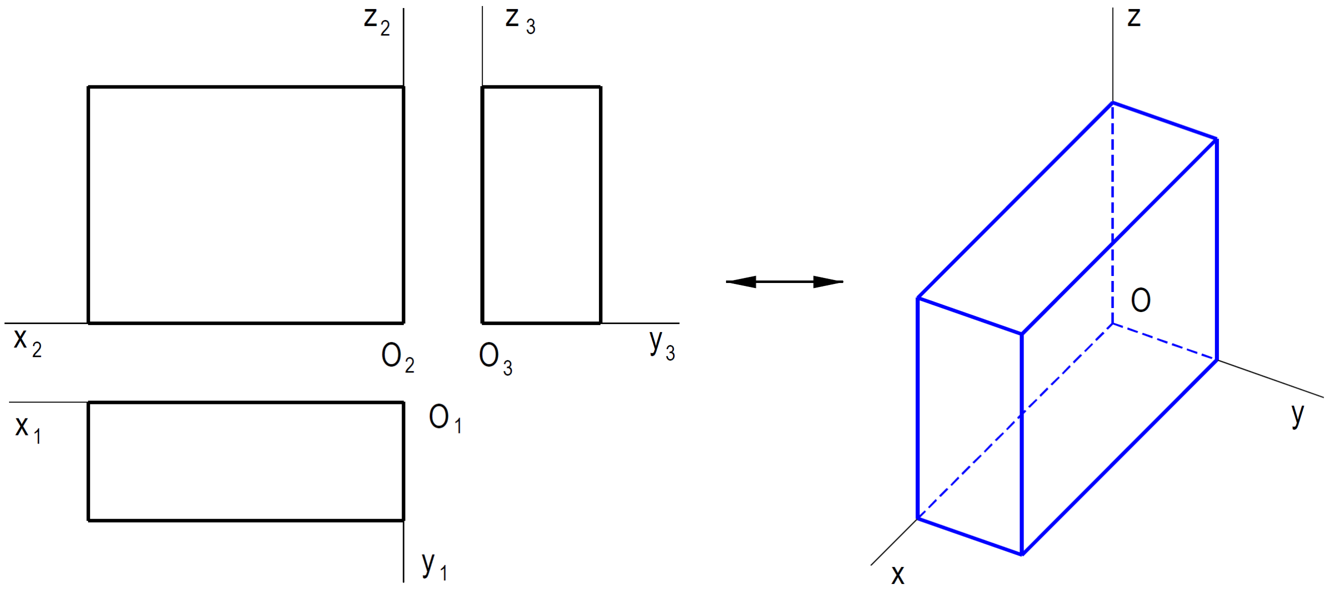
3) Kolmice k souřadnicové rovině se promítne do rovnoběžky s příslušnou osou

4) Dělicí poměr bodů (např. střed úsečky) se zachová

[Použití]

Mongeovo promítání : zadání prostorového objektu (sdružené pravoúhlé průměty), řešení prostorových úloh (plochy)

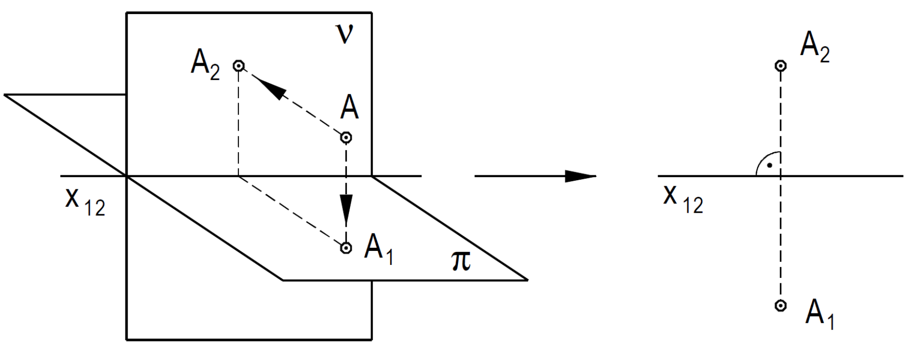
Axonometrie, kosoúhlé promítání : názorný obrázek prostorového objektu



sdružené pravoúhlé průměty   axonometrie

MONGEOVO PROMÍTÁNÍ

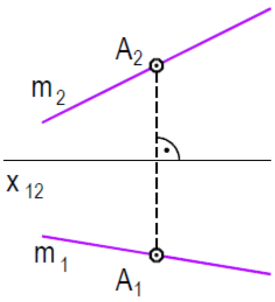
[1) Princip, základní pojmy]



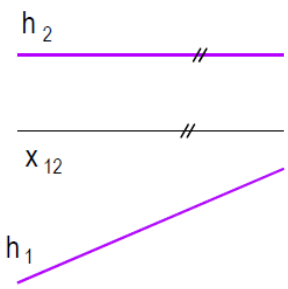
π - půdorysna
ν - nárysna
x_{12} - základnice
A_1 - půdorys bodu A
A_2 - nárys bodu A
A_1A_2 - ordinála

2) Polohové úlohy

A) Bod a přímka, přímka rovnoběžná s průmětnou, přímka kolmá k průmětně

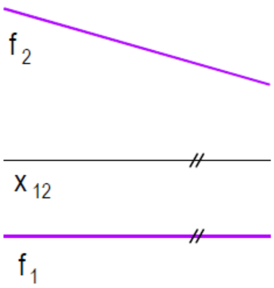


$A \in a$



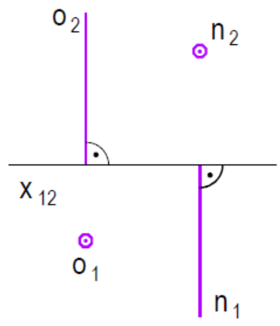
$h // \pi$

hlavní (horizontální) přímka



$f // \nu$

hlavní (frontální) přímka

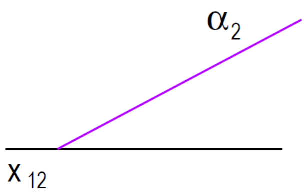


$o \perp \pi \qquad n \perp \nu$

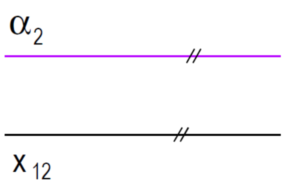
promítací přímky

B) Promítací rovina

- rovina kolmá k průmětně určená svým příslušným průmětem

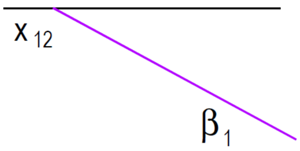


$\alpha \perp \nu$

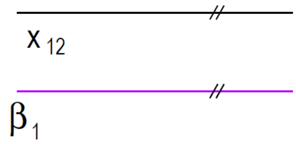


$\alpha // \pi \Rightarrow \alpha \perp \nu$

hlavní rovina



$\beta \perp \pi$

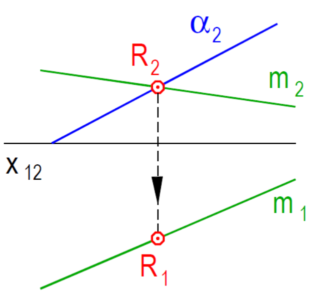


$\beta // \nu \Rightarrow \beta \perp \pi$

hlavní rovina

C) Průsečík křivky s promítací rovinou

Průsečík přímky *m* s rovinou $\alpha \perp \nu$

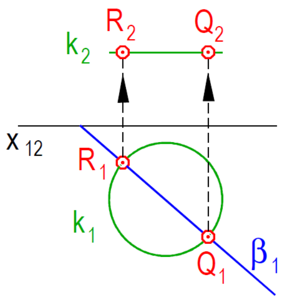


$\underline{R \equiv m \cap \alpha}$:

$R_2 \equiv m_2 \cap \alpha_2$

$R_2 \rightarrow R_1 \in m_1$

Průsečík kružnice *k* s rovinou $\beta \perp \pi$



$\underline{R, Q \equiv k \cap \alpha}$:

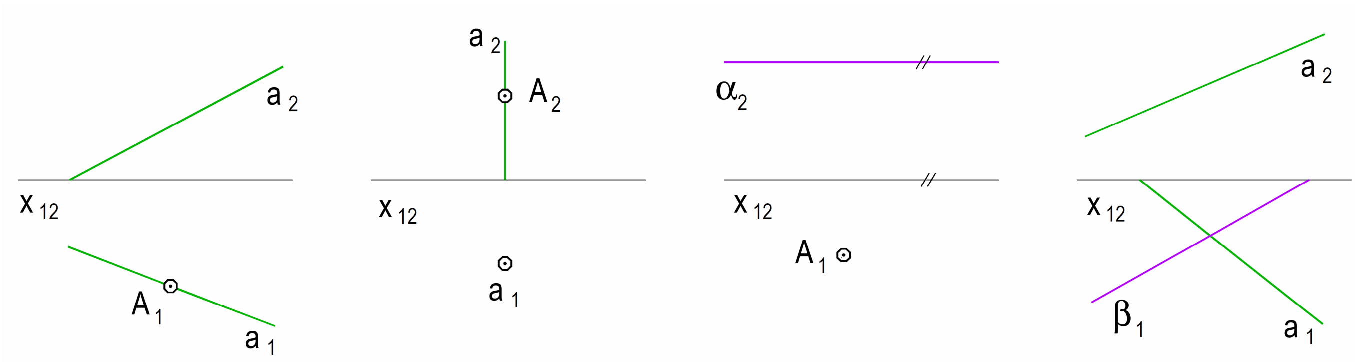
$R_1 \equiv k_1 \cap \beta_1$

$R_1 \rightarrow R_2 \in k_2$

$Q_1 \equiv k_1 \cap \beta_1$

$Q_1 \rightarrow Q_2 \in k_2$

D) *Úlohy k procvičení*: Doplňte chybějící průměty bodu A .

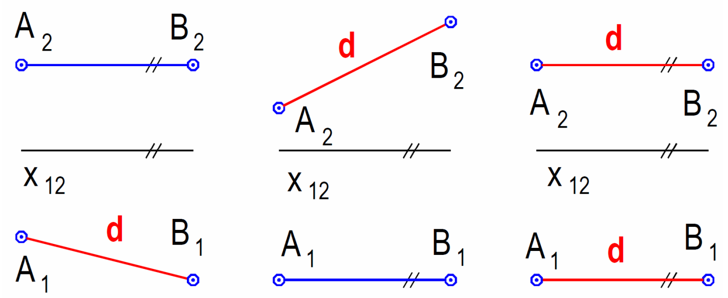


$A \in a$ $\quad$ $A \in a$ $\quad$ $A \in \alpha$ $\quad$ $A \equiv a \cap \beta$

2) Metrické úlohy

A) Skutečná velikost **d** úsečky *AB*

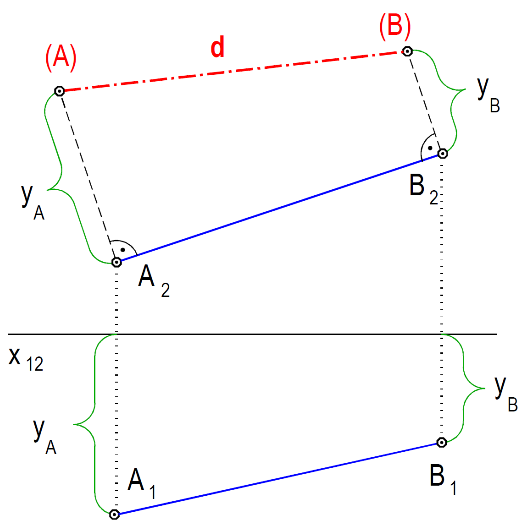
- *AB* rovnoběžná s průmětnou :



Vlastnosti rovnoběžného promítání:

Úsečka rovnoběžná s průmětnou se promítne do příslušné průmětny ve skutečné velikosti.

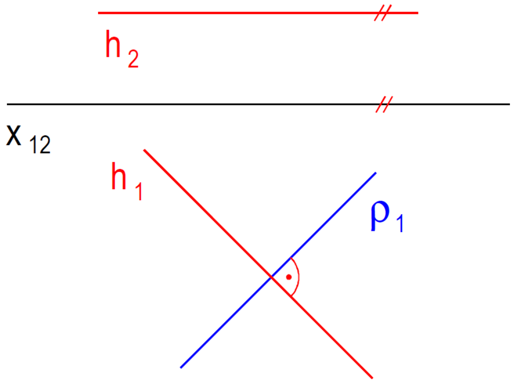
- *AB* v obecné poloze (sklopení promítací roviny do nárysny) :

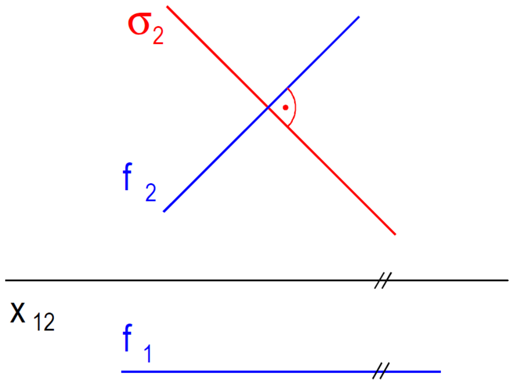


$$A_2(A) \perp A_2B_2\,, \quad \| A_2(A) \| = y_A$$
$$B_2(B) \perp A_2B_2\,, \quad \| B_2(B) \| = y_B$$

Poznámka:
Podobně postupujeme při sklopení do půdorysny. Řešení lze zjednodušit sklopením promítací roviny do hlavní roviny. Na jednu kolmici pak vynášíme příslušnou rozdílovou souřadnici.

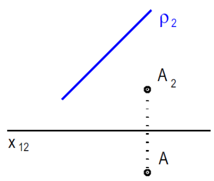
B) Přímka kolmá k promítací rovině, rovina kolmá k hlavní přímce

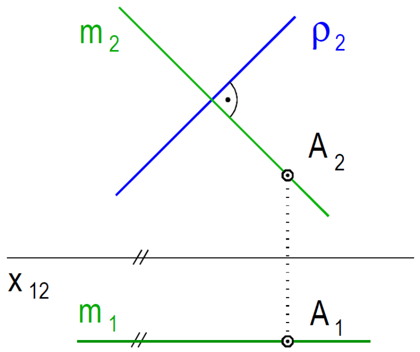




$h \perp \rho,\ \rho \perp \pi\ \Rightarrow\ h_1 \perp \rho_1,\ h_2 // x_{12}\ (h // \pi)$ $\qquad \sigma \perp f,\ f // \nu\ \Rightarrow\ \sigma_2 \perp f_2$

<u>Příklad</u>: Daným bodem A sestrojte kolmici m k dané promítací rovině α a určete vzdálenost ***d*** bodu A od roviny α.



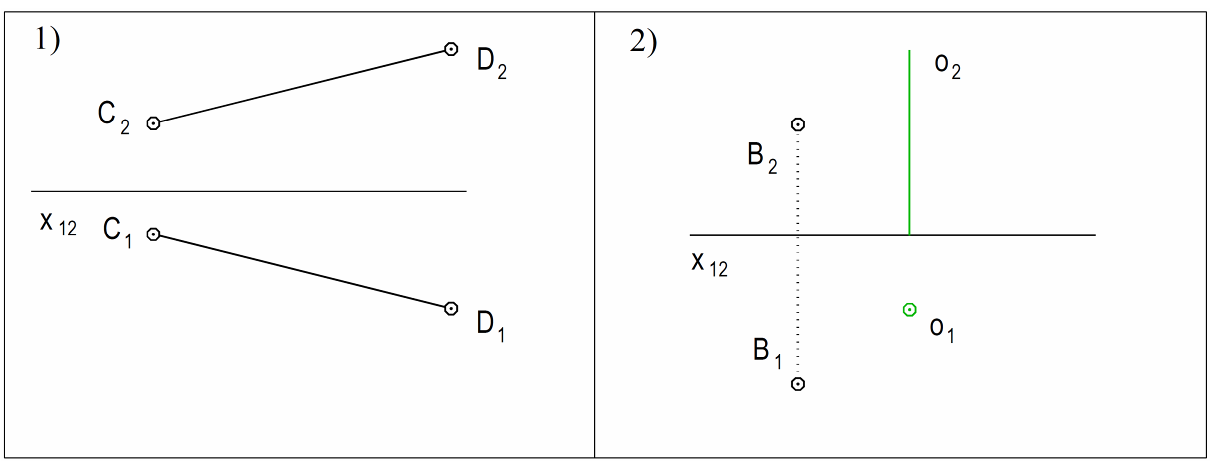


$A_2 \in m_2\ ,\ \ m_2 \perp \rho_2$
$m_1 \in A_1\ ,\ \ m_1 // x_{12}$

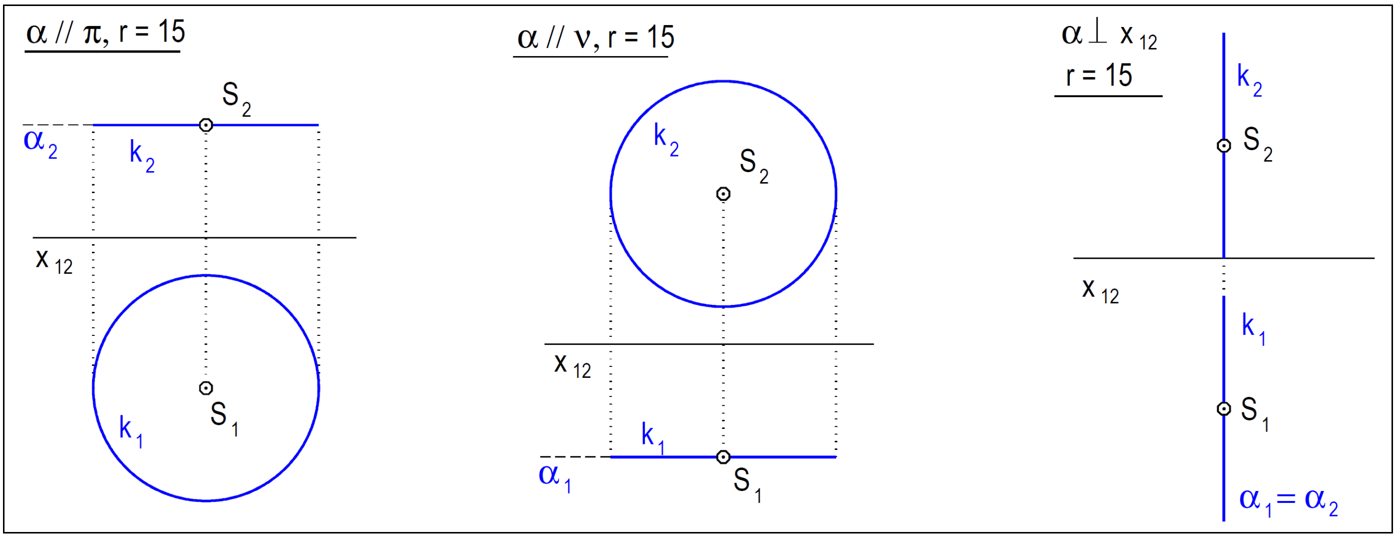
Vzdálenost ***d*** :

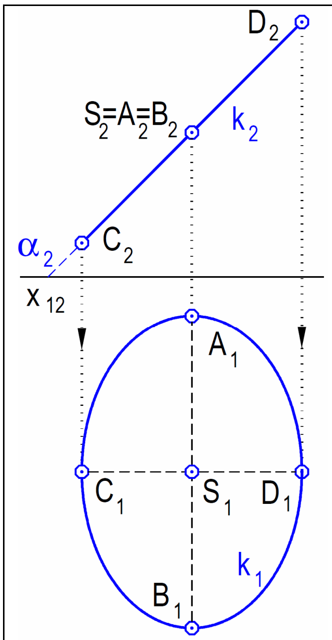
C) Úlohy k procvičení:

Příklad1: Sestrojte skutečnou velikost ***d*** úsečky CD sklopením do půdorysny.
Příklad2: Daným bodem B sestrojte rovinu $\sigma \perp o$ a určete průsečík $R \equiv \sigma \cap o$.



3) Kružnice v promítací rovině - $\boldsymbol{k \equiv (S, r) \subset \alpha}$





$\boldsymbol{\alpha \perp \nu,\ r} = 20$

$C_2, D_2 \in \alpha_2$

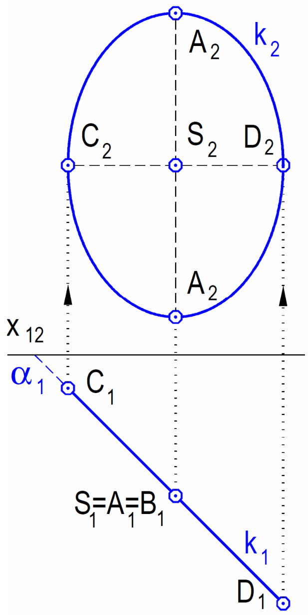
$\|C_2S_2\| = \|S_2D_2\| = r$

$\|A_1S_1\| = \|S_1B_1\| = r$

$C_1D_1 \,//\, x_{12}$

$C_2 \to C_1, D_2 \to D_1$

$\boldsymbol{A_1B_1, C_1D_1}$
osy elipsy k_1



$\boldsymbol{\alpha \perp \pi,\ r} = 20$

$C_1, D_1 \in \alpha_1$

$\|C_1S_1\| = \|S_1D_1\| = r$

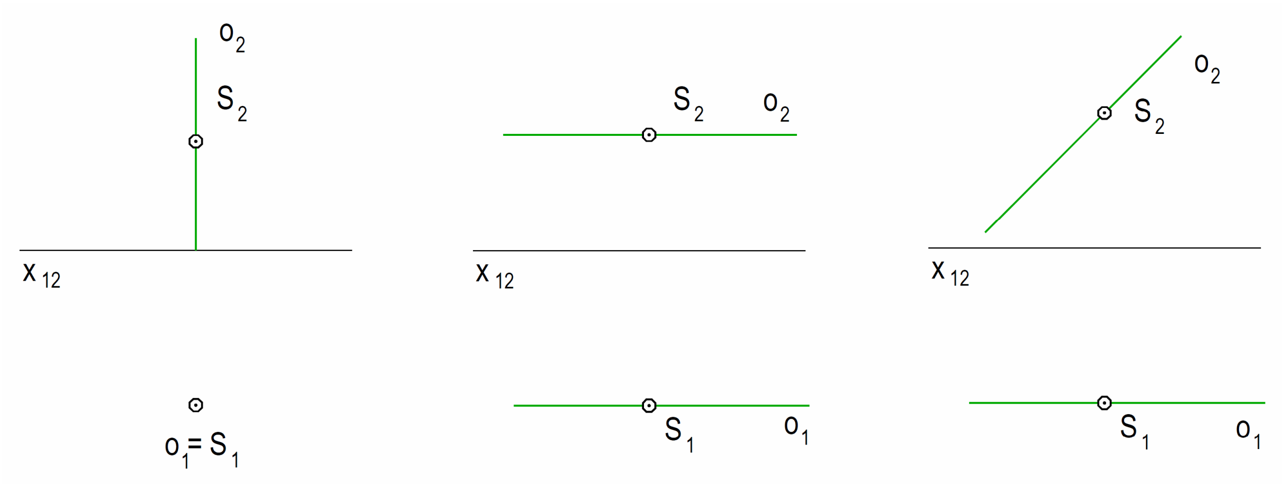
$\|A_2S_2\| = \|S_2B_2\| = r$

$C_2D_2 \,//\, x_{12}$

$C_1 \to C_2, D_1 \to D_2$

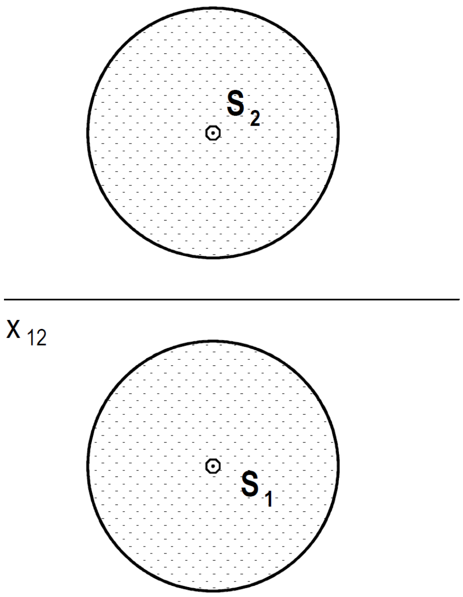
$\boldsymbol{A_2B_2, C_2D_2}$
osy elipsy k_2

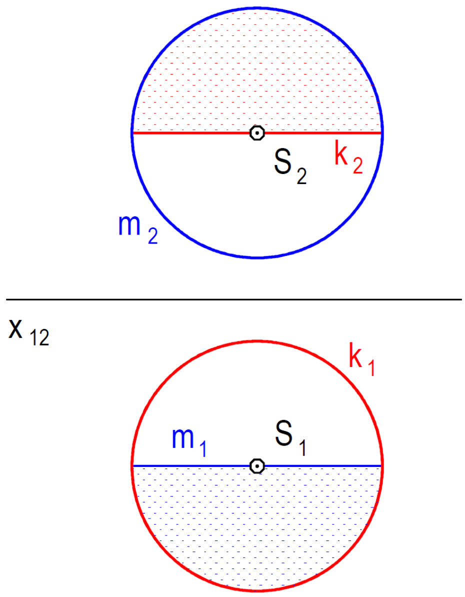
Příklad: Sestrojte kružnici $k \equiv (S, r = 15)$ v rovině kolmé na danou přímku *o*.



4) Kulová plocha - $\kappa \equiv (S, r)$

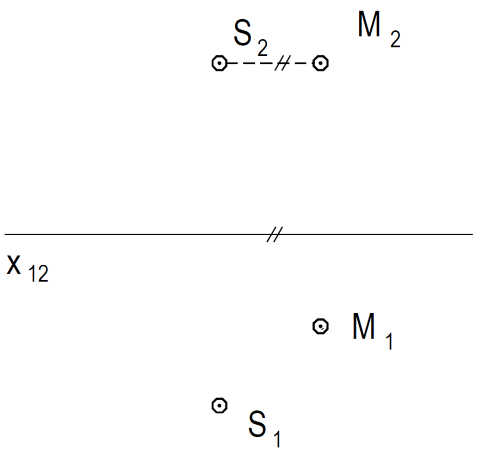
Pravoúhlým průmětem kulové plochy je kruh stejného poloměru.





Obrysové kružnice ***k, m*** dělí kouli na dvě polokoule:
červenou "horní" polokouli, která je v půdorysu vidět,
modrou "přední" polokouli, která je vidět v nárysu.

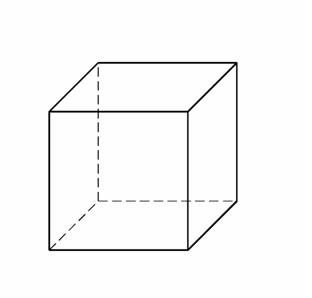
Příklad: Zobrazte kulovou plochu danou středem *S* a bodem *M* a určete viditelnost bodu M v obou průmětech.

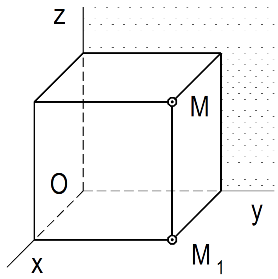


KOSOÚHLÉ PROMÍTÁNÍ

1) Princip, základní pojmy

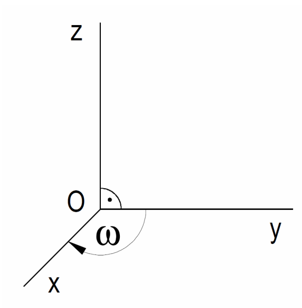
Krychle ve volné rovnoběžné projekci a v kosoúhlém promítání ($\omega = 135°, q = \frac{1}{2}$)





{O,x,y,z} souřadnicový systém
(y,z) - průmětna
M - kosoúhlý průmět bodu M
M_1 - kosoúhlý průmět půdorysu M_1

Kosoúhlé promítání je rovnoběžné (šikmé) promítání do souřadnicové roviny (y,z).
Je určeno osovým křížem (úhel **ω**) a poměrem zkrácení ***q***.

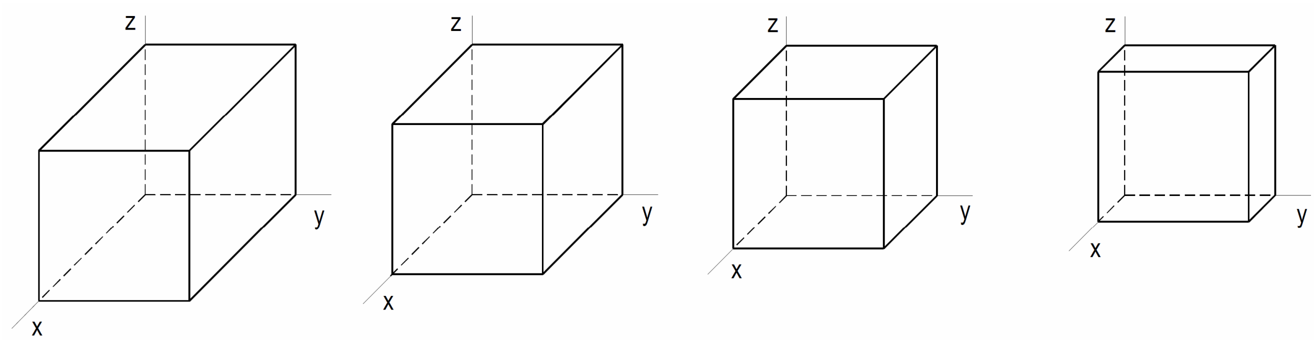


Zpravidla volíme: $\omega \in (90°, 180°)$, $q \in (0, 1\rangle$

Rozměry ve směru os ***y*** a ***z*** jsou v průmětu ve skutečnosti, rozměry ve **směru osy** ***x*** jsou zkrácené (průmět = ***q*** . skutečnost)
q = 1 $\Rightarrow$ **kosoúhlá isometrie** (ani na ose ***x*** nezkracujeme).

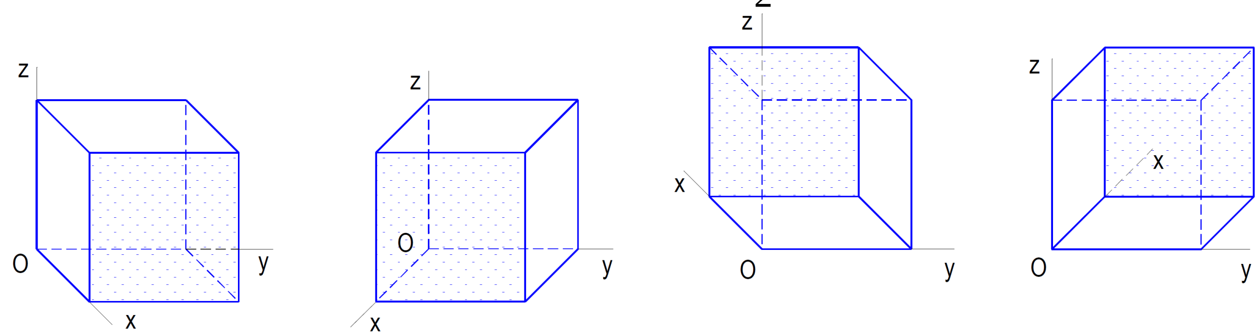
Útvar v rovině (y,z) nebo v rovině rovnoběžné se zobrazí ve skutečné velikosti.

Kosoúhlý průmět krychle v základní poloze pro $\omega = 135°$ a $q = 1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$:

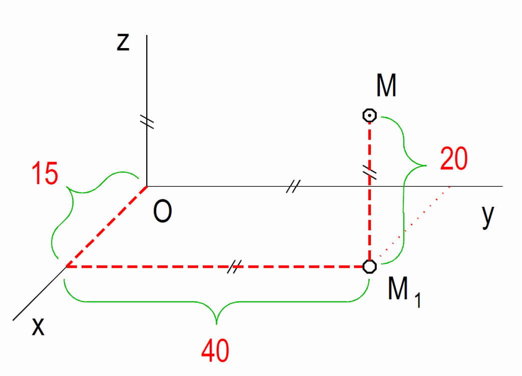


Poznámka:

Kosoúhlý průmět krychle v základní poloze pro $q = \frac{1}{2}$ a ω = 45°, 135°, 225°, 315°:



__Základní úloha:__ V kosoúhlém promítání ($\omega = 135°$, $q = \dfrac{1}{2}$) zobrazte bod M [30, 40, 20].

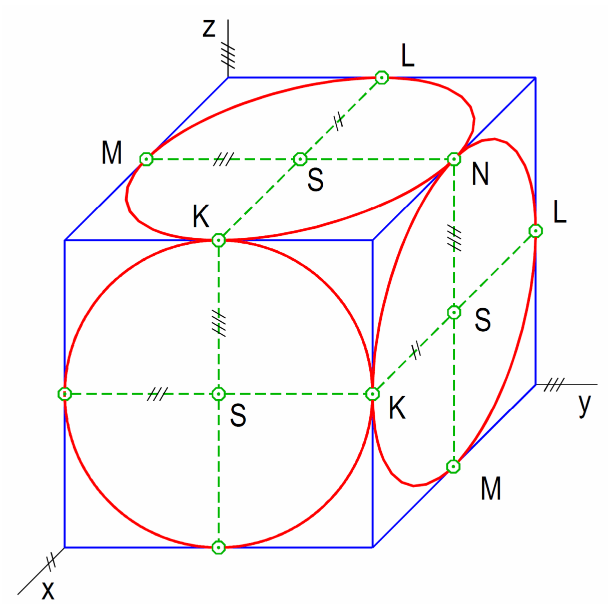


Postup je patrný z obrázku ,
jen připomínám zkrácení souřadnice x_M :

$$x_M \;.\; q = 30 \;.\; \frac{1}{2} = 15$$

2) Zobrazení kružnice v souřadnicové nebo hlavní rovině

V kosoúhlém promítání ($135°, \dfrac{3}{4}$) zobrazíme krychli (a=40) v základní poloze a do viditelných stěn vepíšeme kružnice (r=20).



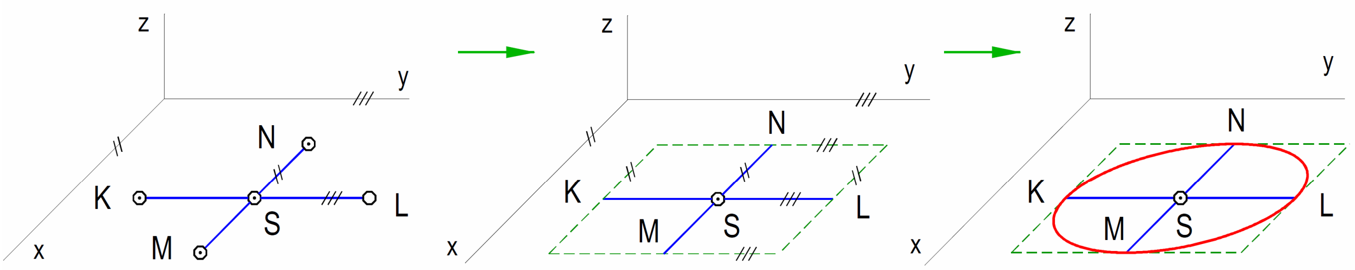
Střední příčky stěn určují středy ***S*** vepsaných kružnic a dotykové body s hranami stěn.
V čelní stěně (je rovnoběžná s průmětnou !) je průmětem kružnice, v boční a horní stěně je průmětem elipsa určená **sdruženými průměry *KL, MN***.
Průměry rovnoběžné s osou *x* jsou zkrácené, ostatní jsou ve skutečné velikosti.

Průmětem kružnice v souřadnicové nebo hlavní rovině je elipsa (kružnice) určená sdruženými průměry ve směrech příslušných os .

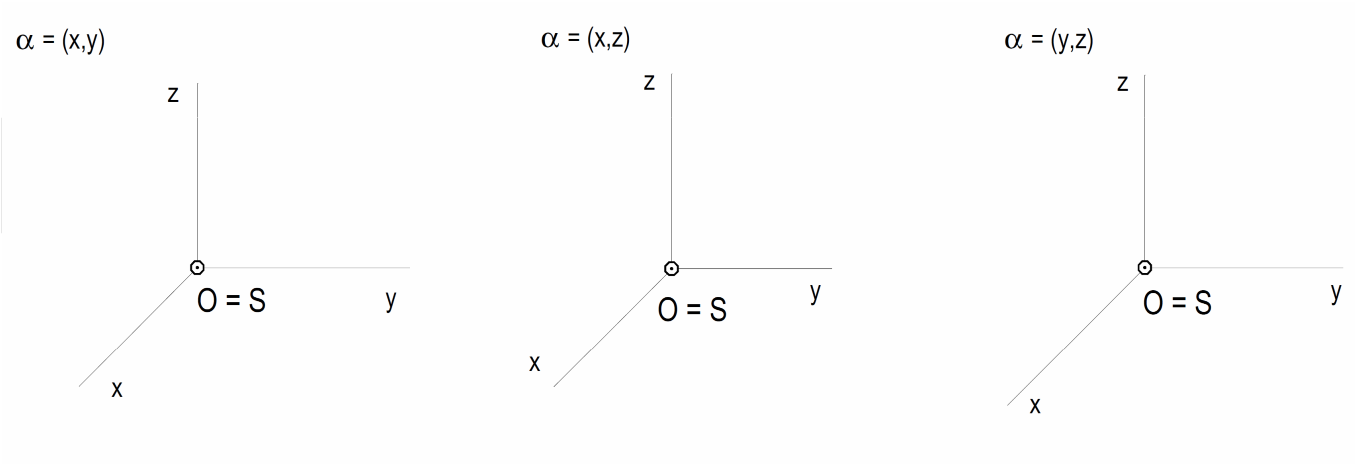
Zobrazení kružnice $k \equiv (S, r)$ v rovině rovnoběžné se souřadnicovou (x,y) nebo (x,z):

1) Středem S vedeme rovnoběžky s příslušnými osami a omezíme je poloměrem r.
   Získáme sdružené průměry *KL, MN* elipsy (pozor na případné zkrácení).
2) Sestrojíme opsaný rovnoběžník elipsy (hrany stěny krychle na horním obrázku).
   Sdružené průměry *KL, MN* jsou jeho středními příčkami.
3) Do opsaného rovnoběžníku vepíšeme elipsu.
   Elipsu načrtneme nebo pro přesnější kresbu použijeme **příčkovou konstrukci**.

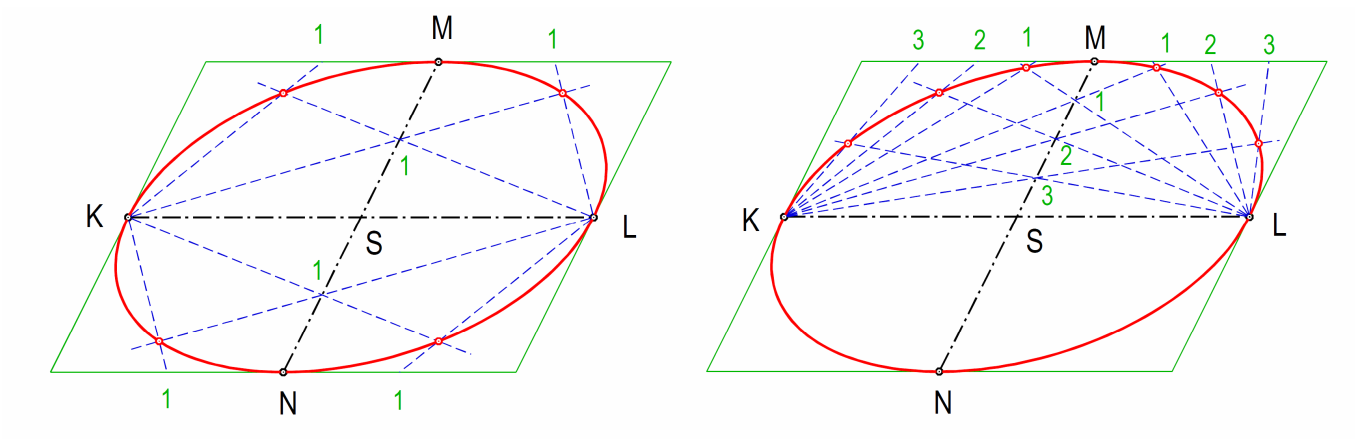
Příklad1: V koso. promítání ($\omega = 135°$, $q = \frac{2}{3}$) zobrazte kružnici $k \equiv (S, r = 15) \subset (xy)$.



Příklad2: V koso. promítání ($\omega = 135°$, $q = \frac{3}{4}$) zobrazte kružnici $k \equiv (S, r = 20) \subset \alpha$.



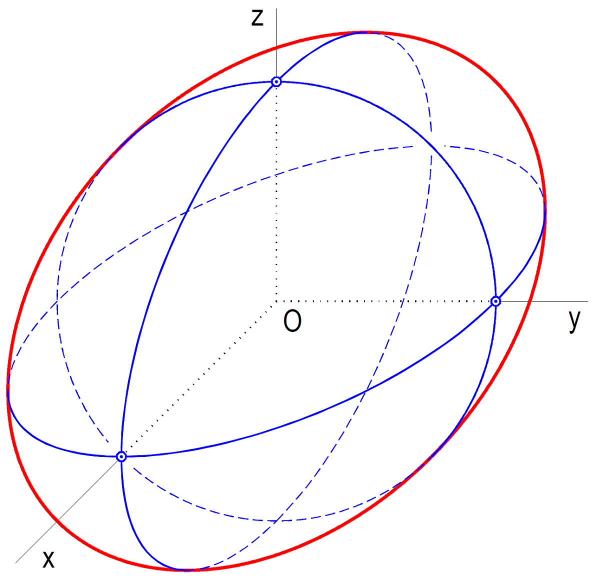
Příčková konstrukce elipsy



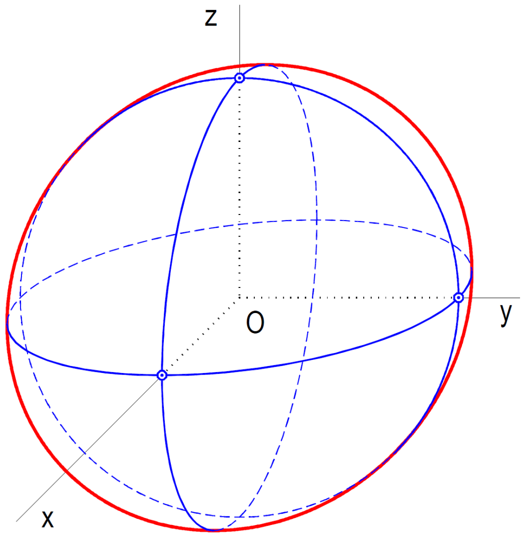
Pomocný bod (1) leží v polovině příslušných úseček.

Pomocné body (1,2,3) leží ve čtvrtinách příslušných úseček.

3) Zobrazení kulové plochy



$q = 1$

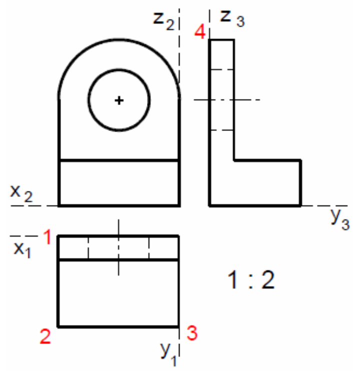


$q = \frac{1}{2}$

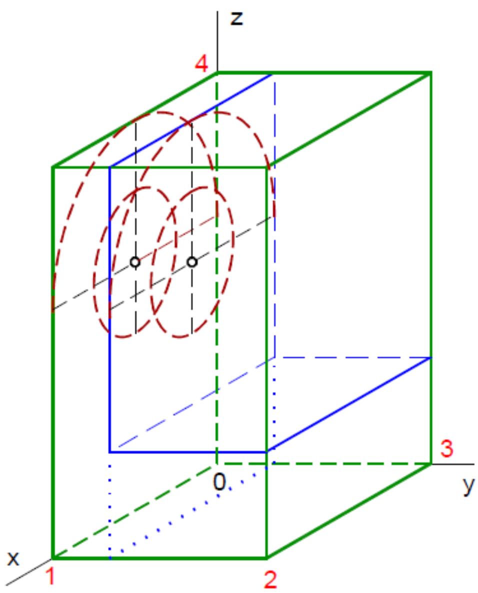
Kosoúhlým průmětem kulové plochy je elipsa (včetně vnitřku), jejíž tvar závisí na volbě zkrácení q .

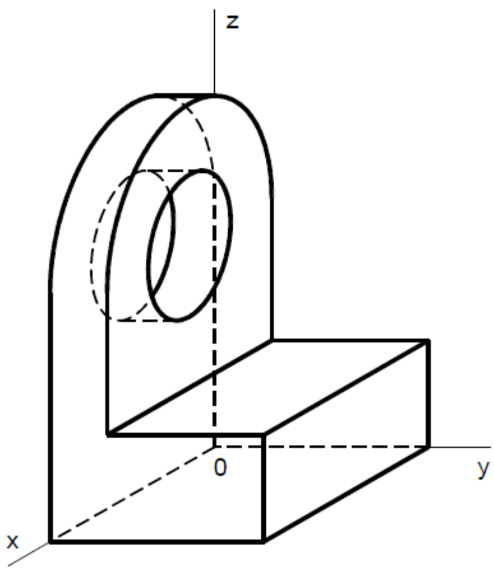
4) Zobrazení prostorového objektu

Příklad: V koso. promítání ($\omega = 135°$, $q = \frac{2}{3}$) zobrazte objekt daný sdruženými průměty ve zmenšeném měřítku.



Poznámka: Body 1,2,3,4 jsou pomocné body pro správné umístění a zobrazení objektu. Na levém obrázku je naznačen možný postup pro “výrobu“ daného tělesa.

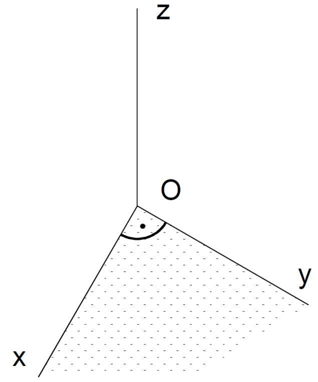




Poznámka: Nesmíme zapomenout na obrysové površky válcových ploch (které musí být rovnoběžné s osou y !)

4) Vojenská perspektiva

Vojenská perspektiva je rovnoběžné (šikmé) promítání do souřadnicové roviny (x,y). Je dáno osovým křížem a poměrem zkrácení $\boldsymbol{q}$.

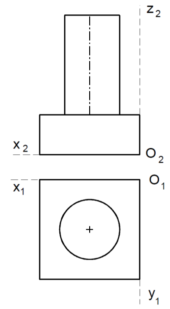


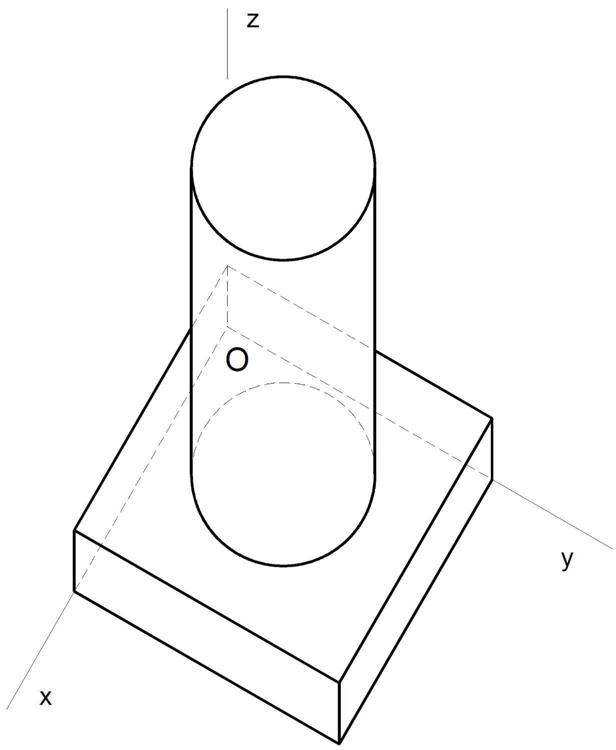
Průmětna = souřadnicová rovina (x,y)

Parametry :
nejčastěji volíme: $\boldsymbol{q} = \mathbf{1}$, $\angle \boldsymbol{xz} = \boldsymbol{150°}$

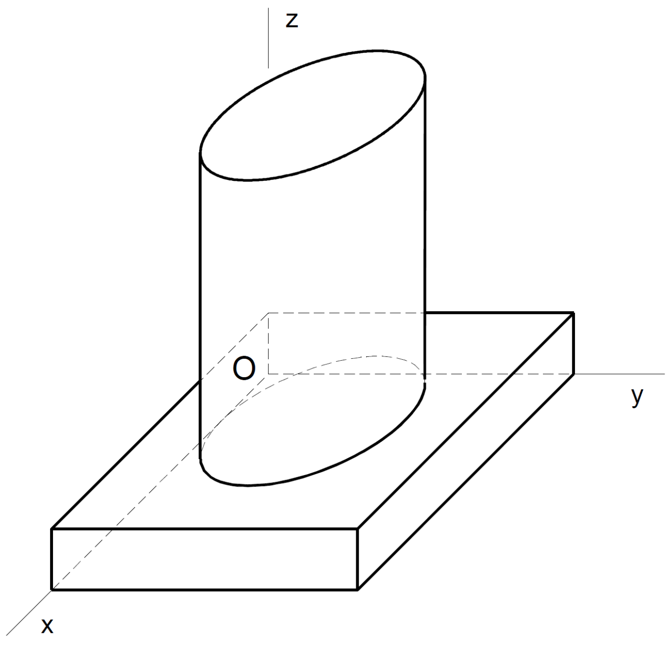
Poznámka:
"Vodorovné" útvary se zobrazí ve skutečné velikosti

Příklad: Ve vojenské perspektivě a v kosoúhlé isometrii zobrazte objekt daný sdruženými průměty ve zmenšeném měřítku. Porovnejte obtížnost a názornost obou metod.





Vojenská perspektiva



Kosoúhlá isometrie