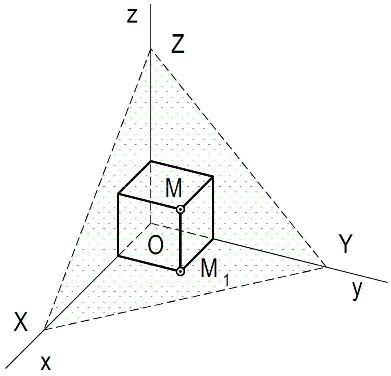
AXONOMETRIE

1) Princip, základní pojmy

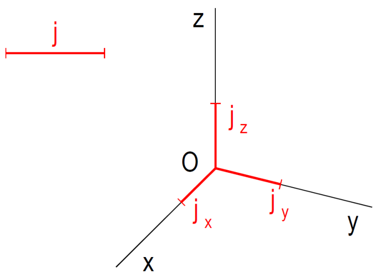
Axonometrie je rovnoběžné promítání do průmětny různoběžné se souřadnicovými rovinami.

Kvádr v axonometrii :



{O,x,y,z} souřadnicový systém
XYZ - axonometrická průmětna
M - axonometrický průmět bodu M
M_1 - axonometrický průmět půdorysu M_1

Axonometrické jednotky jsou průměty základní jednotky ***j*** do souřadnicových os.



Rozměry ve směru os (souřadnice bodů) jsou násobkem příslušné jednotky.

Pravoúhlá axonometrie - směr promítání je kolmý k průmětně.
Je určena osovým křížem s tupými úhly.

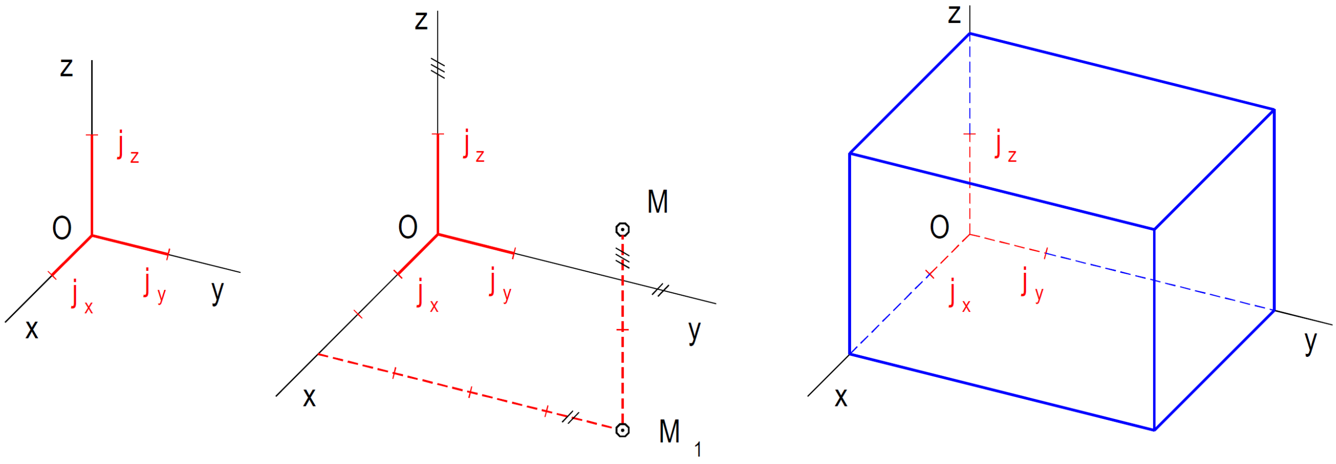
Kosoúhlá axonometrie - směr promítání není kolmý k průmětně.
Je určena osovým křížem (s tupými úhly) a **zvolenými axonometrickými jednotkami**.

Zobrazení objektu

1) Zvolíme osový kříž s tupými úhly
2) Určíme (pravoúhlá) nebo zvolíme (kosoúhlá) axonometrické jednotky
3) Rozměry (souřadnice) ve směru souřadnicových os vynášíme jako násobky příslušných axonometrických jednotek
4) Při zobrazení využijeme vlastností rovnoběžného promítání

Poznámka : Kulová plocha se promítne do kruhu pouze v pravoúhlé axonometrii.

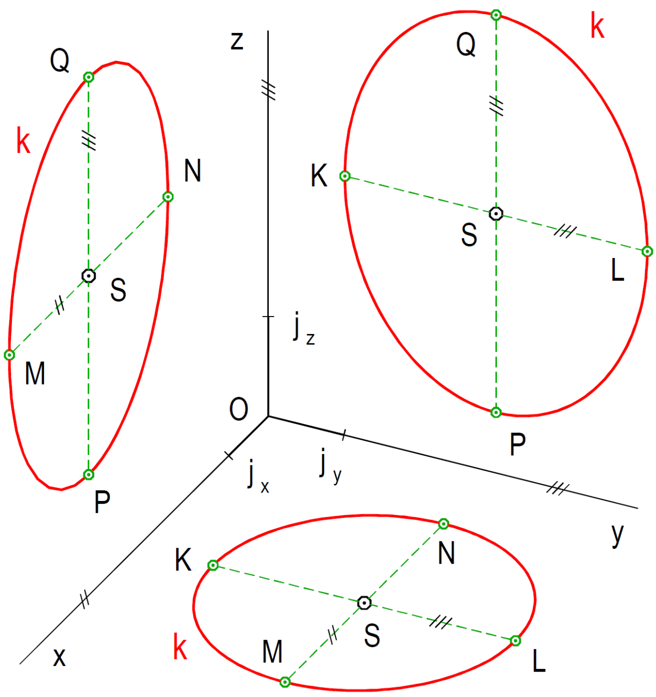
Příklad: V dané axonometrii zobrazte bod ***M*** [3, 4, 2] a jeho souřadnicový kvádr.



Poznámka:

Protože délky axonometrických jednotek jsou různé, je průmět kvádru zkreslený.

2) Kružnice $k \equiv (\, S,\, r = 2 \,)$ v souřadnicové (hlavní) rovině



Postup konstrukce je prakticky stejný jako v kosoúhlém promítání:

Středem vedeme rovnoběžky s příslušnými osami a omezíme je poloměrem ***r***. Získáme sdružené průměry elipsy.

$$KL \,//\, y\,,\ \|KS\| = \|SL\| = r.j_y = 2\,j_y$$

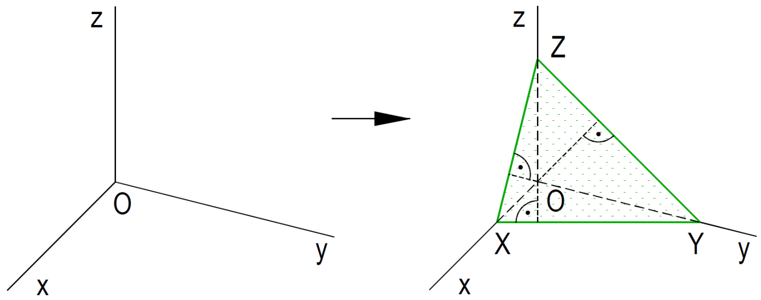
$$MN \,//\, x\,,\ \|MS\| = \|SN\| = r.j_x = 2\,j_x$$

$$PQ \,//\, z\,,\ \|PS\| = \|SQ\| = r.j_z = 2\,j_z$$

3) Kosoúhlá axonometrie

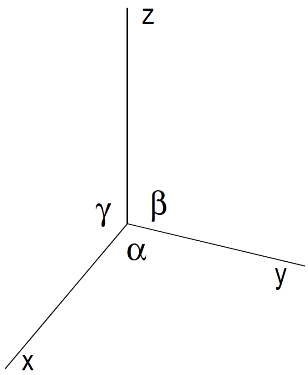
Kosoúhlé axonometrie používáme k rychlému náčrtku objektu. Úhly mezi osami a velikosti axonometrických jednotek volíme přibližně stejné. Získáme tím obrázek odpovídající skutečnému objektu a i koule načrtnutá pomocí kružnice odpovídá přibližně kosoúhlému průmětu.

4) Pravoúhlá axonometrie



Průmětnu určuje trojúhelník ***XYZ*** jehož strany jsou kolmé na protější osy.
Axonometrické jednotky můžeme určit otočením souřadnicových rovin do průmětny nebo výpočtem.

Výpočet axonometrických jednotek



$$\alpha+\beta+\gamma=360°$$

$$j_x=\frac{j}{\sqrt{\sin\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha.\tan\beta)}}$$

$$j_y=\frac{j}{\sqrt{\sin\beta(\sin\beta+\cos\beta.\tan\gamma)}}$$

$$j_z=\frac{j}{\sqrt{\sin\gamma(\sin\gamma+\cos\gamma.\tan\alpha)}}$$

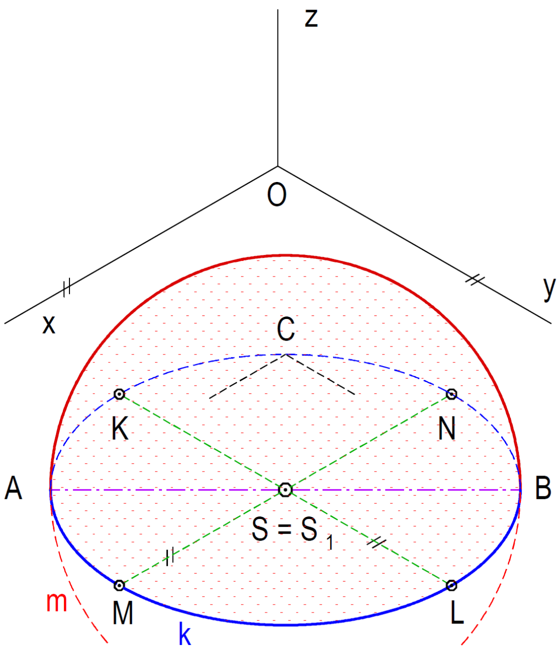
Zvolíme-li všechny úhly shodné ($\alpha=\beta=\gamma=120°$), budou shodné i jednotky:

$$\boldsymbol{j_x=j_y=j_z=\sqrt{\frac{2}{3}}.j}\quad (=0{,}816\ .\ \boldsymbol{j})$$

Takto zvolená axonometrie se nazývá **pravoúhlá isometrie**.

<u>*Poznámka:*</u> Za základní jednotku zvolíme 1cm

<u>*Příklad:*</u> V pravoúhlé isometrii zobrazte "horní" polokouli $\kappa\equiv(S,\ r=3\ cm)$.



1) Kružnice $m\equiv(S,r=3)$ je obrysem koule

2) Sružené průměry elipsy k :

$KL\ //\ y,\ \|KS\|=\|SL\|=0{,}816*3=2{,}45\ cm$

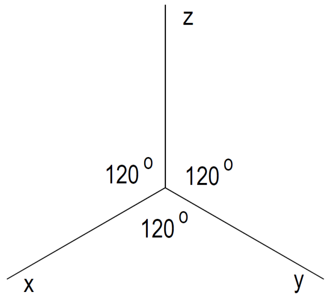
$MN\ //xy,\ \|MS\|=\|SN\|=0{,}816*3=2{,}45\ cm$

3) Elipsa ***k*** se musí dotýkat kružnice ***m*** a tedy ***AB*** $\perp$ ***z*** je její hlavní osa délky 2*r*.

<u>*Poznámka:*</u> Když zvážíme, že rovnoběžky s osami *x,y* vedené krajními body průměru *AB* se protínají v bodě *C* kružnice (Thaletova věta), tak vlivem souměrnosti bude tento bod vedlejším vrcholem elipsy *k*. Elipsu jsme tedy mohli určit hlavní a vedlejší osou.

5) Technická isometrie

Další zjednodušení uvedené isometrie vede k **technické isometrii**.

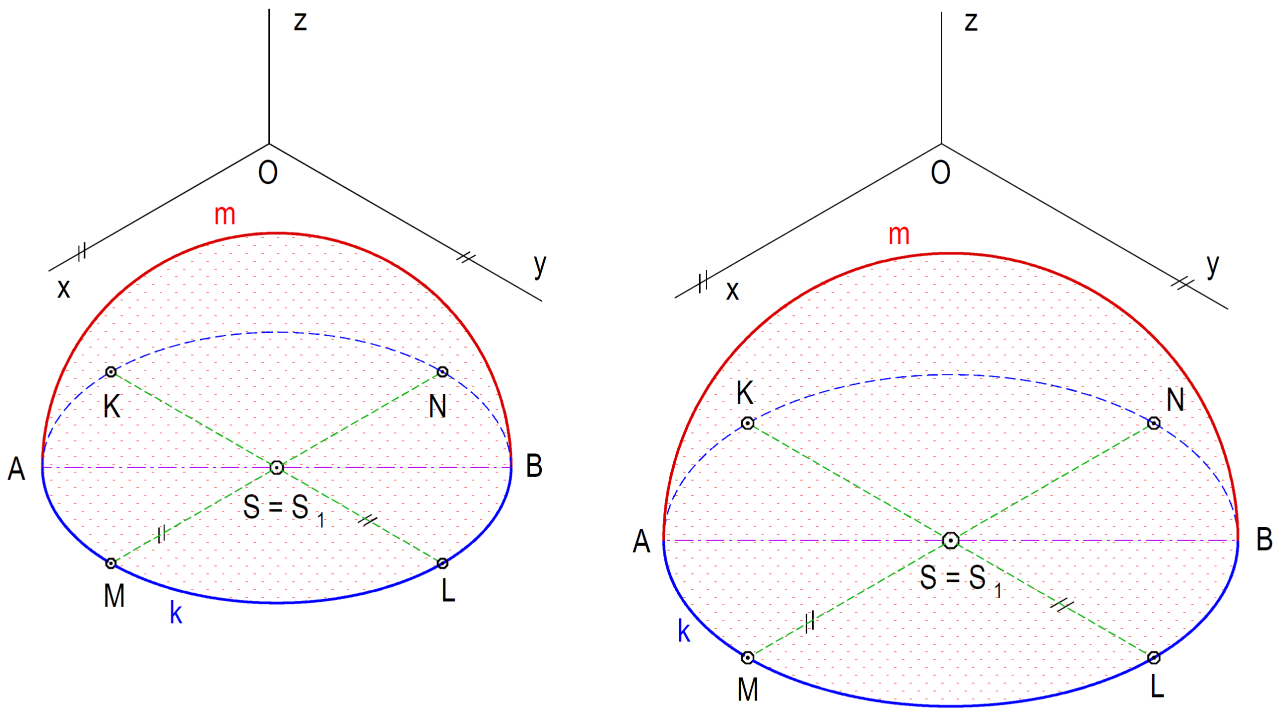


$j_x = j_y = j_z = j \quad \Rightarrow$

ve směru os vynášíme skutečné rozměry

Důsledky "nezkracování" :

- výsledný průmět bude zvětšený ($K = \sqrt{\dfrac{3}{2}} = 1.2247..$, po zaokrouhlení ***1,22*** nebo ***1,2***)
- průmětem kulové plochy bude tedy kruh o poloměru ***1,22 . r***
- průmětem kružnice v hlavní rovině bude elipsa s hlavní osou ***1,22*** krát delší než skutečný průměr

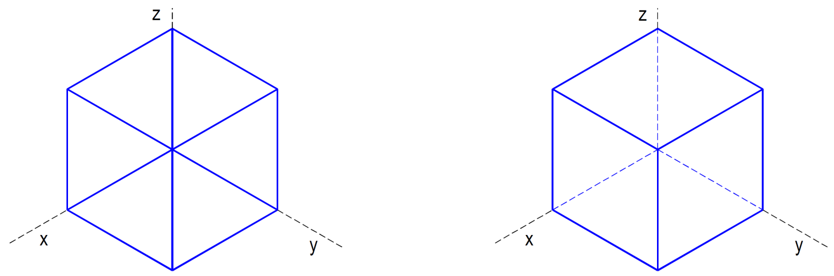


Polokoule o poloměru $r = 3\ cm$

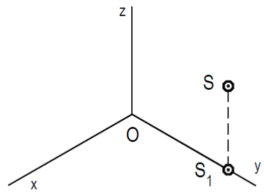
v pravoúhlé axonometrii | v technické isometrii

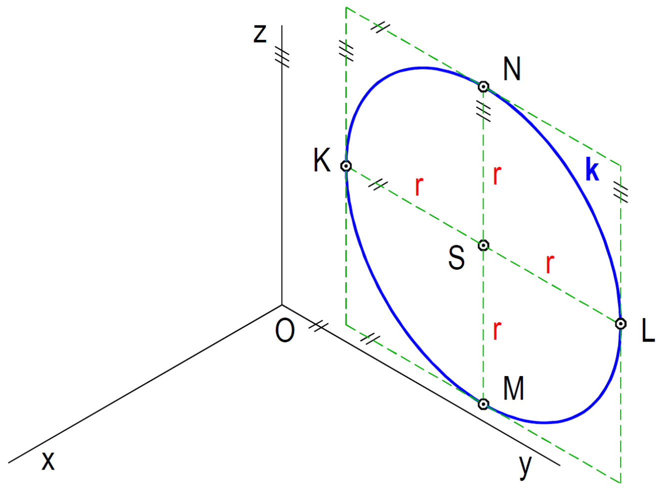
Poznámka:

Cena za jednoduchost při zobrazení krychle v základní poloze :



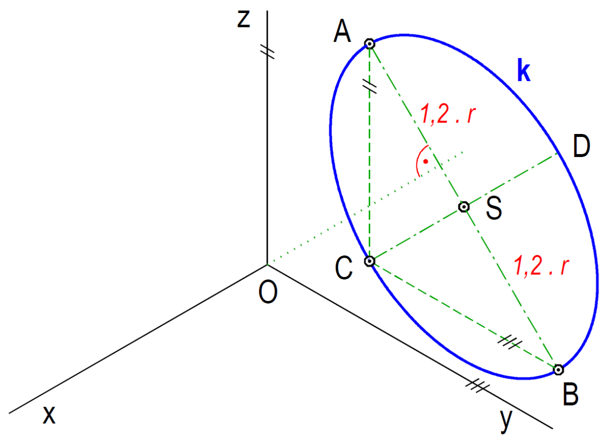
Příklad1: V technické isometrii zobrazte kružnici $k \equiv (S, r = 2cm) \subset (y, z)$.





Průmět určený sdruženými průměry

- středem vedené rovnoběžky s osami ***y, z***
- omezení skutečným poloměrem ***r***
- ***KL, MN*** sdružené průměry
- opsaný rovnoběžník
- vepsaná elipsa ***k***

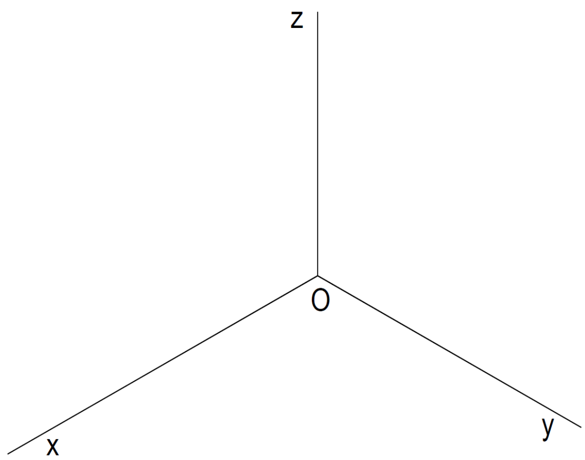


Průmět určený osami elipsy

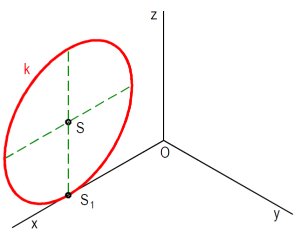
- $\boldsymbol{AB \perp x}$, $\boldsymbol{\|AS\| = \|SB\| = 1{,}2.r}$
  AB hlavní osa elipsy ***k***
- rovnoběžky bodem *A* a *B* s osami ***y, z*** se protnou v bodě ***C***
  C je vedlejší vrchol elipsy ***k***
- zobrazení elipsy ***k***

Poznámka: První metodu lze doplnit konstrukcí hlavní osy ***AB*** elipsy ***k***.

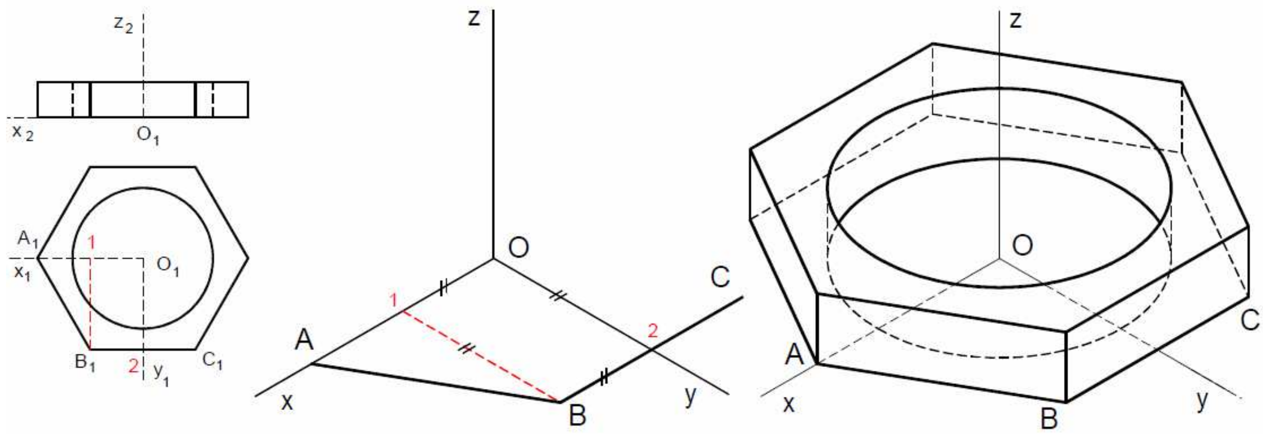
Příklad2: V technické isometrii zobrazte v rovině (***x,z***) kružnici ***k*** danou středem *S* [*3,0,2*] a dotýkající se osy ***x*** .



Výsledek v polovičním měřítku

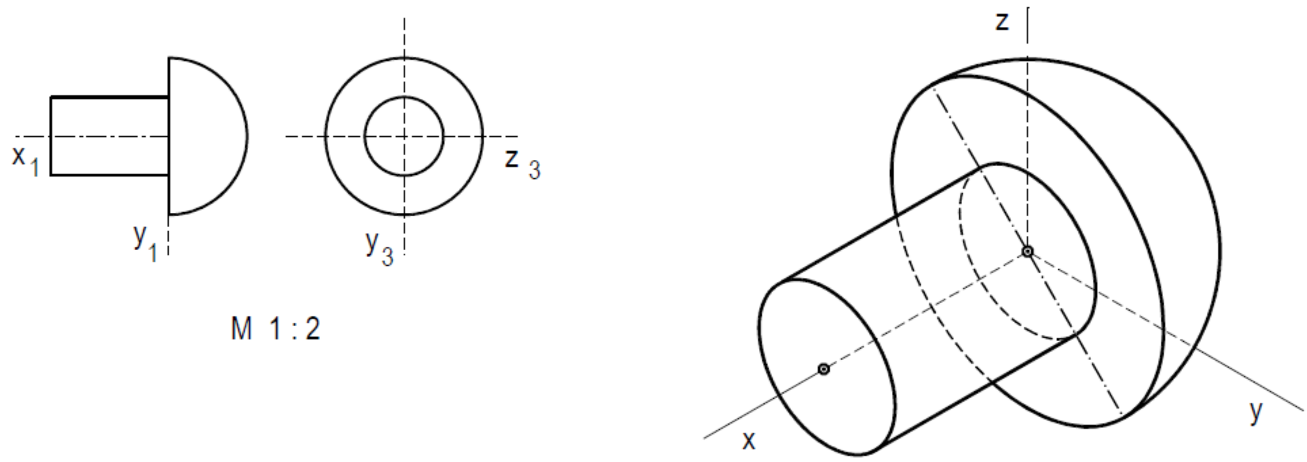


Příklad3: V technické isometrii zobrazte objekt daný sdruženými pravoúhlými průměty.

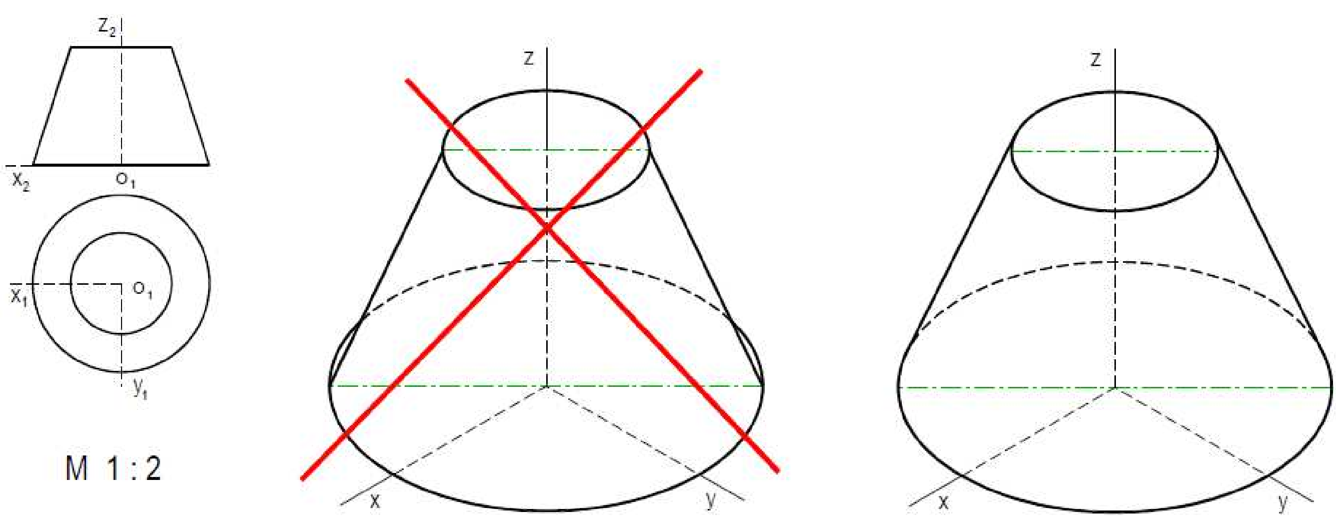


Poznámka: !!! Zobrazení obrysových površek (i když nejsou vidět) válcového otvoru

Příklad4: V technické isometrii zobrazte objekt daný sdruženými pravoúhlými průměty.

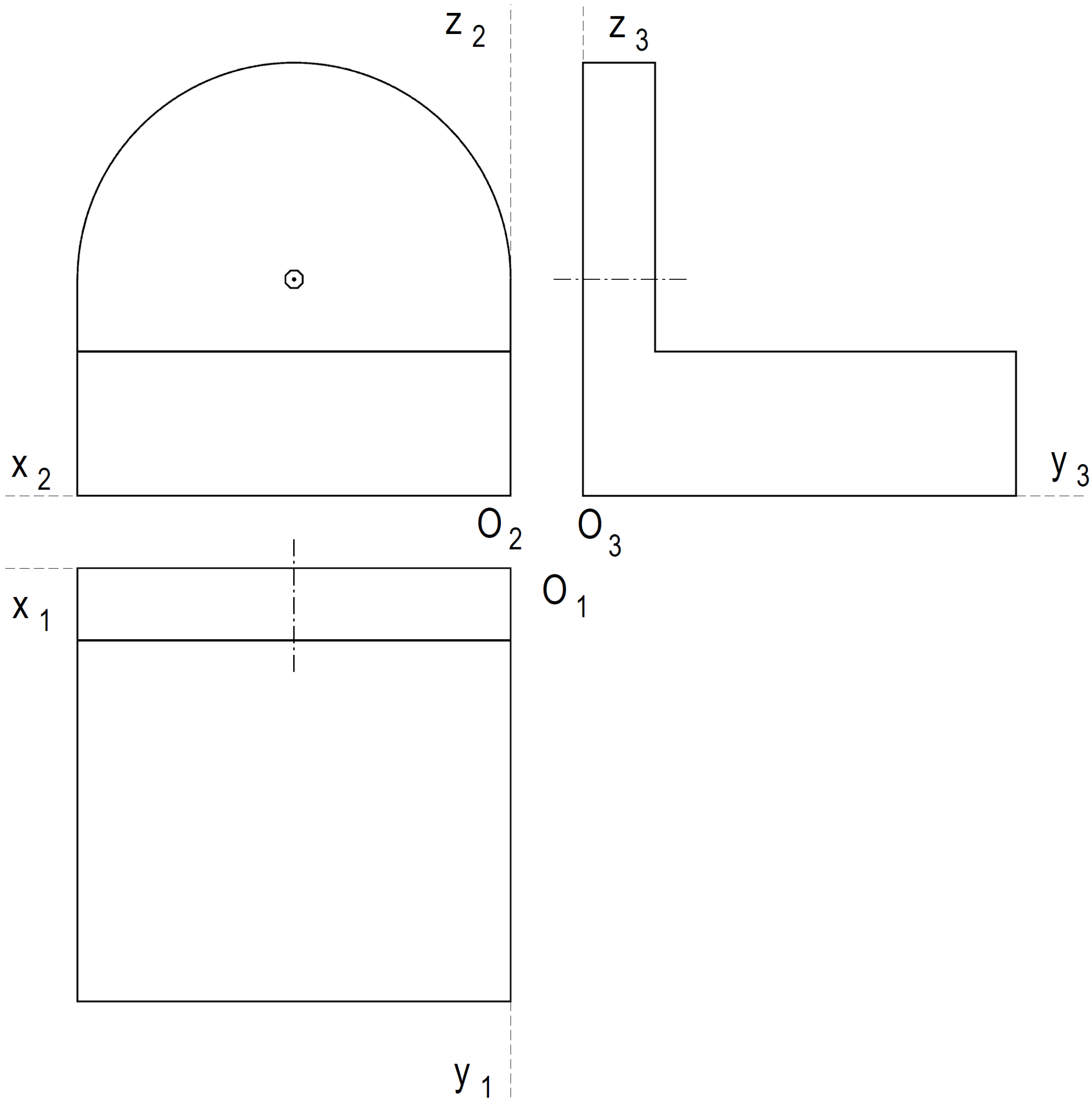


Příklad5: V technické isometrii zobrazte objekt daný sdruženými pravoúhlými průměty.

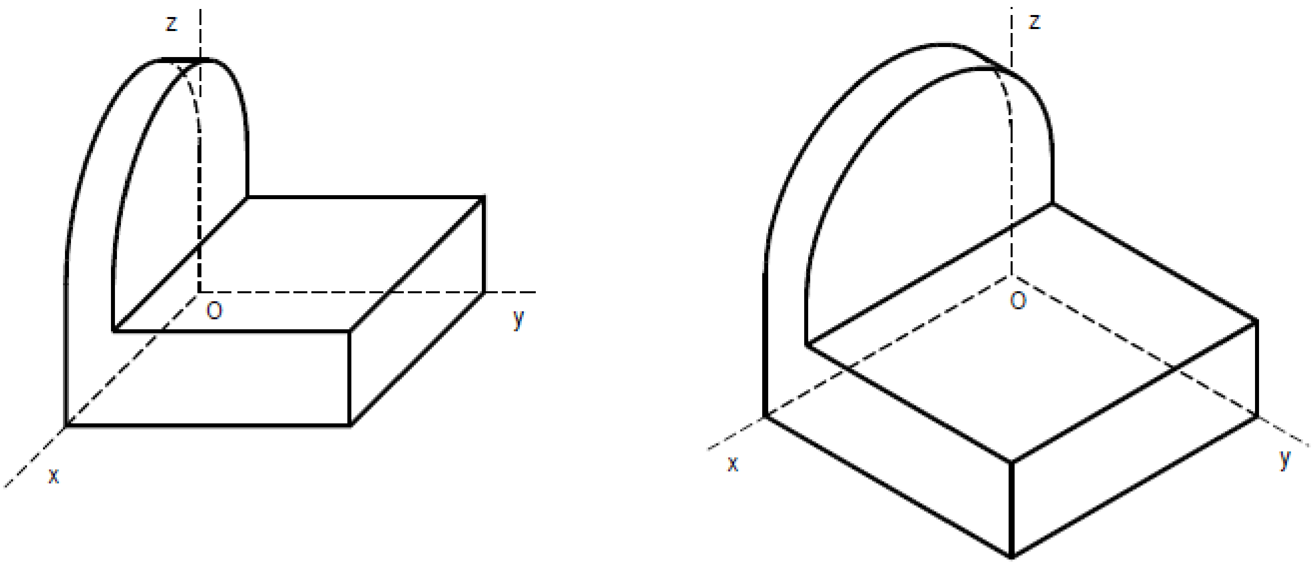


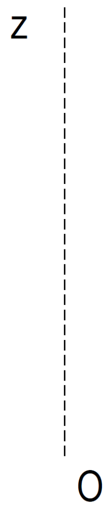
Poznámka: !!! Obrysové površky komolého kužele jsou společné tečny podstav

__Příklad6:__ V kosoúhlém promítání ($\omega = 135°$, $q = \frac{2}{3}$) a v technické isomerii zobrazte objekt daný sdruženými pravoúhlými průměty.



Výsledek příkladu v polovičním měřítku :



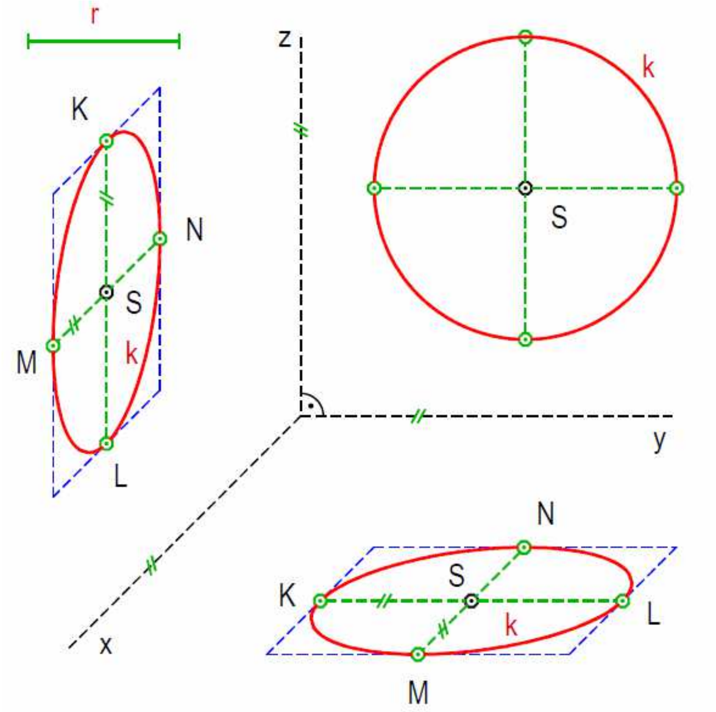

z
O


z
O

6) Průmět kružnice k = (S, r) v souřadnicové (hlavní) rovině

Základní konstrukce zobrazení kružnice v kosoúhlém promítámí a v technické isometrii

KOSOÚHLÉ PROMÍTÁNÍ (135°, q = ½)

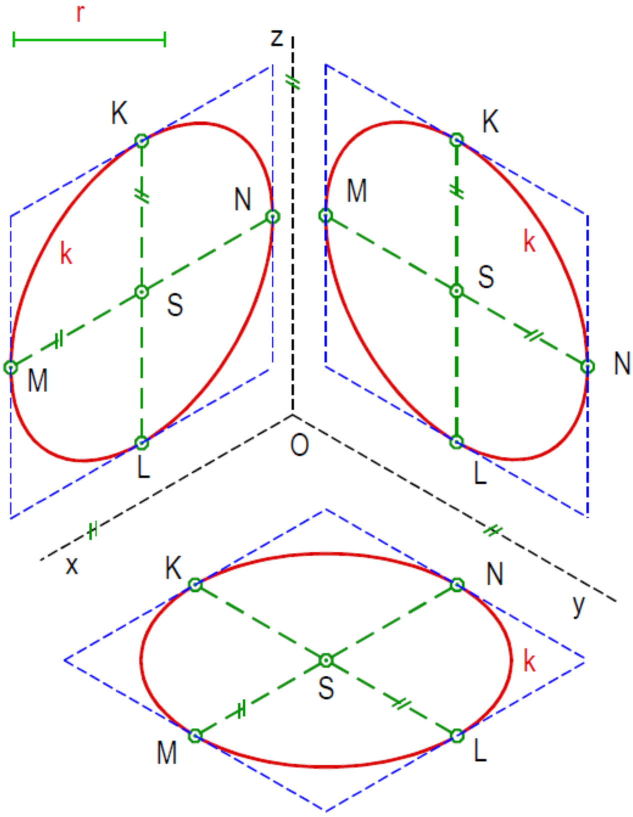


1) sdružené průměry KL, MN
ve směru příslušných os
KS = LS = r , MS = NS = q.r

2) opsaný rovnoběžník

3) vepsaná elipsa
(příčková konstrukce)

TECHNICKÁ ISOMETRIE

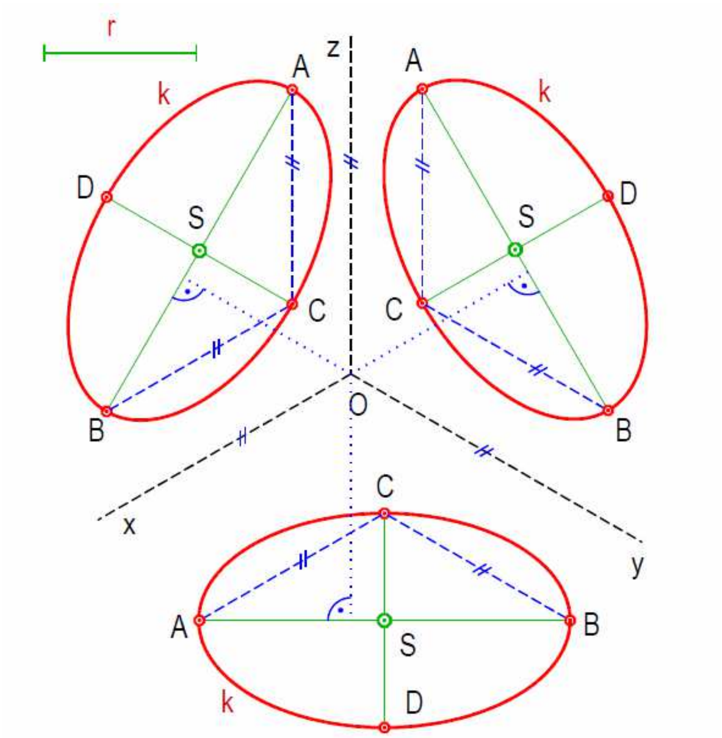


1) sdružené průměry KL, MN
ve směru příslušných os
KS = LS = MS = NS = r

2) opsaný rovnoběžník

3) vepsaná elipsa
(příčková konstrukce)

TECHNICKÁ ISOMETRIE (přímá konstrukce os elipsy)

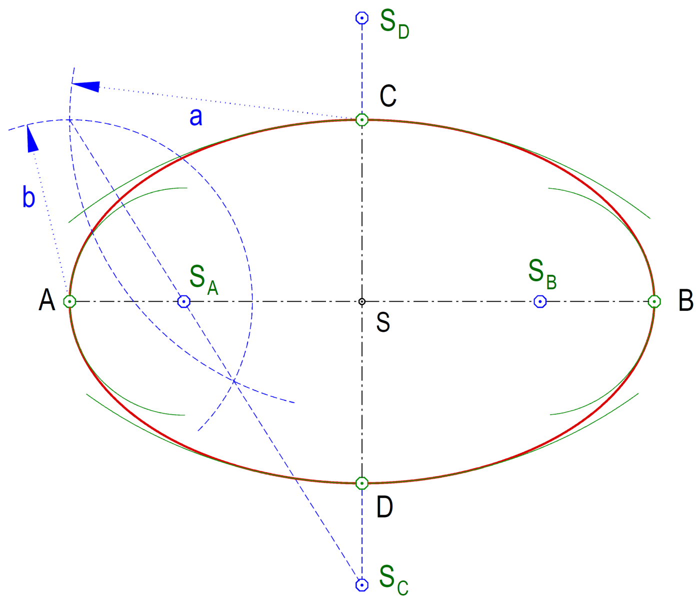


1) kolmice středem S na "protější” osu
AS = BS = 1.22 r
AB = hlavní osa elipsy

2) rovnoběžky s příslušnými osami
a jejich průsečík C
C = vedlejší vrchol

3) kresba elipsa

<u>Kresba elipsy dané osami *AB*,*CD* pomocí oskulačních kružnic</u>



1) Oblouk kružnice o středu ***A*** a poloměru ***b*** a oblouk kružnice o středu ***C*** a poloměru ***a***

2) Přímka určená průsečíky těchto oblouků protíná osy ve středech oskulačních kružnic
(***S_A*** - střed oskulační kružnice ve vrcholu ***A***, ***S_C*** - střed oskulační kružnice ve vrcholu ***C***)

3) Středy oskulačních kružnic ve zbývajících vrcholech získáme přenesením poloměru